

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени ЛОМОНОСОВА»

На правах рукописи

Чжоу Бичэн

**НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ
ПРОМЕРЗАЮЩИХ ГРУНТОВ ПРИ МИГРАЦИИ ВЛАГИ**

Специальность 1.6.7 – Инженерная геология, мерзлотоведение и
грунтоведение

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

кандидата геолого-минералогических наук

Научный руководитель:
Брушков Анатолий Викторович
доктор геолого-минералогических наук

Москва – 2025

Оглавление

Введение.....	4
Глава 1. Состояние исследований в России, Китае и других странах	9
1.1. Анализ пучения грунтов и миграции влаги.....	12
1.2. Анализ механизмов роста ледяных линз	16
1.3. Анализ теоретических моделей пучения грунтов	18
Выводы к главе 1.....	28
Глава 2. Теоретическая формулировка и численное решение проблемы давления поровой воды при миграции влаги.....	30
2.1. Описание напряженно-деформированного состояния ненасыщенного глинистого грунта в немерзлом состоянии	31
2.1.1. Анализ эффективных напряжений в ненасыщенных незамерзающих грунтах	33
2.1.2. Анализ эффективных напряжений в насыщенных мерзлых грунтах	42
2.2. Уравнение Клапейрона-Клаузиуса.....	47
2.2.1. Обсуждение применимости обобщенного уравнения Клапейрона-Клаузиуса.....	48
2.2.2. Формула эквивалентного порового давления воды, основанная на формуле эффективного напряжения	56
2.3. Уравнения связи вода-тепло для глин	60
2.3.1. Уравнения в частных производных для теплопередачи.....	61
2.3.2. Уравнения в частных производных для массопередачи.	65
2.4. Численное решение модели порового давления воды при миграции влаги	70
2.4.1. Уравнение равновесия фазового перехода	70
2.4.2. Численное решение давления поровой воды на основе COMSOL	73
Выводы к главе 2.....	77
Глава 3. Экспериментальные исследования и моделирование миграции влаги в глинах	79
3.1. Экспериментальные материалы, оборудование и методика проведения экспериментов.	80
3.1.1. Эксперимент одностороннего промерзания каолиновой глины.	80
3.2. Построение модели миграции влаги при промерзании грунта и анализ соответствующих результатов.....	89
3.2.1. Численное моделирование температуры, сравнение и анализ с экспериментальными результатами.	96
3.2.2. Численное моделирование влажности, сравнение и анализ с экспериментальными результатами.	101

3.2.3. Численное моделирование деформации морозного пучения, сравнение и анализ с экспериментальными результатами.....	106
3.2.4. Результаты и анализ численного моделирования порового давления воды (без нагрузки)	110
3.2.5. Результаты и анализ численного моделирования потока воды.	113
Выводы к главе 3.....	115
Глава 4. Верификация численной модели динамического порового давления воды.....	117
4.1. Верификация порового давления воды для закрытого одностороннего промерзания глинистого грунта Цинхай при формировании ледяных линз (без нагрузки).....	117
Выводы к главе 4.....	121
Заключение	122
Список Литературы.....	124
Приложение. Соответствующие параметры, переменные и коэффициенты интерфейса УЧП (PDE) модели в программе.	135

Введение

Актуальность и степень разработанности темы работы. Морозное пучение глинистых грунтов представляет собой одну из основных причин инженерных аварий в холодных регионах. Данный процесс тесно связан с термогидравлическим взаимодействием, включающим миграцию влаги и распределение температуры в мёрзлой зоне. Деформация грунтов, вызванная замерзанием, влияет на процессы миграции влаги и теплопереноса, что, в свою очередь, усиливает деформацию. Таким образом, замерзание и пучение грунтов представляют собой сложный процесс, обусловленный взаимодействием нескольких физических полей. В настоящее время данный процесс описывается преимущественно на основе системы дифференциальных уравнений в частных производных, учитывающих взаимосвязь температурных, гидравлических и механических параметров.

Образование ледяных линз играет ключевую роль в деформации грунтов при замерзании. Их формирование зависит как от косвенных факторов (температура, влажность, внешняя нагрузка), так и от непосредственной величины - давления поровой воды. Однако проведение экспериментов по измерению порового давления в мёрзлых грунтах в естественных условиях сопряжено со значительными техническими трудностями и высокой стоимостью. В связи с этим существует потребность в разработке физически обоснованных моделей, позволяющих прогнозировать давление поровой воды в мёрзлых грунтах.

В рамках данного исследования разработана модель тепловлагообмена в мёрзлых грунтах на основе программной среды COMSOL, верифицированная экспериментальными данными. На основе данной модели изучены закономерности распределения порового давления воды и механизмы миграции влаги в мёрзлых грунтах.

Цель исследования — установить закономерности формирования напряжённо-деформированного состояния и льдонакопления в промерзающих грунтах с учётом влагопереноса.

В соответствии с поставленной целью потребовалось решить следующие задачи:

1. Выполнить анализ существующих теоретических представлений о формировании напряжённо - деформированного состояния и льдовыделения в промерзающих грунтах с учетом влагопереноса. Оценить возможность использования уравнения Клапейрона-Клаузиуса для

описания соотношения между основными термодинамическими параметрами в промерзающих водонасыщенных грунтах для определения порового давления воды;

2. Разработать одномерную численную модель гидротермического взаимодействия в безнагрузочных условиях при промерзании грунтов;

3. Провести эксперименты по промерзанию грунтов и оценить пригодность предложенной численной модели для прогноза льдовыделения и пучения;

4. На основе разработанной одномерной модели исследовать в безнагрузочных условиях и открытой системе закономерности формирования порового давления воды, миграции влаги и напряжённо-деформированного состояния в промерзающих грунтах.

Объектом исследования в данной работе выступают промерзающие глинистые грунты, а **предметом исследования** — закономерности миграции влаги, порового давления воды и льдонакопления при промерзании глинистых грунтов, а также физическое моделирование указанных процессов.

Обоснованность и достоверность результатов исследований определяется:

1) проведением экспериментов с использованием современного оборудования и стандартных геокриологических методов; 2) применением в модели классических уравнений, опубликованных и широко применяющихся в течение многих лет; 3) верификацией численных результатов модели не только экспериментальными данными автора, но и сравнительным анализом с опубликованными данными других исследователей; 4) апробацией основных научных положений на конференциях и публикациями в рецензируемых журналах.

Научная новизна.

1. Предложено соотношение между основными термодинамическими параметрами в промерзающих водонасыщенных грунтах для определения порового давления воды, на основе которого разработана динамическая численная модель, прогнозирующая изменение давления во времени и по глубине как при наличии, так и при отсутствии формирования ледяных линз (шпиров).;

2. Разработанная численная модель гидротермического взаимодействия при промерзании грунтов отличается от существующих аналогов тем, что основывается на сопряженном анализе теплопереноса, массопереноса, изменения порового давления и фазового равновесия. При этом

важную роль играет соотношение объемного содержания льда к объемному содержанию воды (θ_w/θ_i), что обеспечивает разрешимость модели;

3. Разработанная и верифицированная численная модель гидротермического взаимодействия при промерзании грунтов пригодна в том числе для прогнозирования льдовыделения и морозного пучения грунтов как с полной, так и с неполной степенью влагонасыщения.

Личный вклад автора. Проведён анализ эффективных напряжений в мёрзлых грунтах по аналогии с ненасыщенными тальми грунтами, а также выполнен систематический обзор уравнения Клапейрона-Клаузиуса с уточнением границ его применимости. На основе синтеза формулы эффективного напряжения и уравнения Клапейрона-Клаузиуса была предложена новая расчётная формула порового давления воды для насыщенных мёрзлых грунтов, что позволило разработать динамическую численную модель порового давления. Кроме того, проведённый микроструктурный анализ изученных грунтов (монтмориллонита и каолинита) с помощью электронной микроскопии обосновал выбор каолинита в качестве объекта экспериментальных исследований. Для верификации модели были выполнены эксперименты по одномерному промерзанию, в ходе которых проанализированы закономерности изменения температурных полей, миграции влаги, морозного пучения, порового давления воды и процессов льдообразования. Достоверность модели подтверждена как авторскими экспериментальными данными, так и опубликованными результатами других исследователей.

Теоретическая и практическая значимость. Модель способна прогнозировать поровое давление воды на различных глубинах при разных режимах работы (температурных и иных) в безнагрузочных условиях.

Защищаемые положения

1. Определены основные соотношения параметров напряженно-деформированного состояния и температуры в промерзающей зоне грунтов, необходимые для численного моделирования и прогноза льдонакопления и пучения. Предложена формула для расчета давления в поровой влаге при промерзании грунтов для случая формирования ледяных линз и без них.

2. На базе программной среды COMSOL разработана численная модель миграции влаги при заморозке дисперсных грунтов в безнагрузочных условиях и открытой системе, позволяющая прогнозировать льдообразование и пучение в зоне промерзания.

3. Разработанная численная модель напряженно-деформированного состояния и миграции влаги при промерзании грунтов верифицирована данными экспериментов. На основе моделирования установлены особенности формирования давления поровой влаги, ее миграции, льдонакопления и распределения ледяных включений при движении фронта промерзания. В частности, показано, что наличие ледяных линз увеличивает давление поровой влаги.

Апробация работы. Отдельные разделы работы были представлены автором на научных конференциях: Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов» (МГУ, Москва, 2023 г.); XXV Международная научно-практическая конференция по вопросам геологоразведки и разработки месторождений нефти и газа «Геомодель» (Геленджик, 2023 г.). Международная научно-практическая конференция «Проектирование, строительство и эксплуатация объектов транспортной инфраструктуры в сложных климатических и инженерно-геологических условиях» (РУТ, Москва, 2025 г.).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 4 работ, основополагающий вклад в которых принадлежит соискателю: 4 статьи в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных для защиты в диссертационном совете МГУ: «Applied Sciences» (2024), «Water» (2023), «Геоэкология. Инженерная геология. Гидрогеология. Геокриология» (2023), «Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета»* (2022).

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, 4 глав и заключения. Общий объем работы составляет 135 страницы, в том числе 52 рисунков, 7 таблиц и 1 приложение. Список литературных источников содержит 156 наименований.

Благодарности. Автор прежде всего выражает признательность своему научному руководителю Брушкову Анатолию Викторовичу за его помощь во время аспирантуры, заложенную основу исследования, содействие в участии в конференциях, проведении экспериментов, а также за неоценимую помощь в написании и редактировании научных статей

* «Вычисление эффективных свойств геокомпозитов на основе изображений компьютерной томографии» личный вклад автора включает: расчёт трёхмерных моделей упругих модулей и коэффициентов Био для образцов горных пород.

и диссертации. Особая благодарность выражается сотрудникам кафедры геокриологии геологического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова за профессиональную поддержку. Автор признателен доценту Ху Юну из Института наук о Земле и окружающей среде Китайской академии наук за ценные рекомендации по структуре работы, правки и помощь в подборе научной литературы. Искренняя благодарность выражается заведующему лабораторией, доктору геолого-минералогических наук Чевереву Виктору Григорьевичу за предоставление доступа к лабораторному оборудованию, а также Евгению Викторовну Сафронову за конструктивные предложения, способствовавшие улучшению исследования. Отдельная благодарность направлена аспирантам Ху Цзябо из Китайского геологического университета (Ухань) и Сюй Чуньгуан из Северо-Восточного лесного университета за помощь в поиске материалов, организации отправки образцов и проведении анализов. Автор также благодарит сотрудницу НИИОСПа Алтунину Елизавету Олеговну за содействие в экспериментальной части работы.

Глава 1. Состояние исследований в России, Китае и других странах

Около 70 % суши Земли занимают мерзлые грунты, из которой на долю сезонного промерзания приходится около 25 %. Китай занимает третье место в мире по площади вечной мерзлоты после России и Канады. Совокупная площадь вечной мерзлоты и сезонно-мерзлых грунтов составляет около 75 % территории Китая, при этом вечная мерзлота занимает около 16,56 % территории страны (Ran et al., 2012).

На рисунке 1.1. представлена карта распространения сезонного промерзания в Китае. С ускорением экономического развития страны проекты по развитию западных регионов Китая стали важным компонентом экономической стратегии страны.

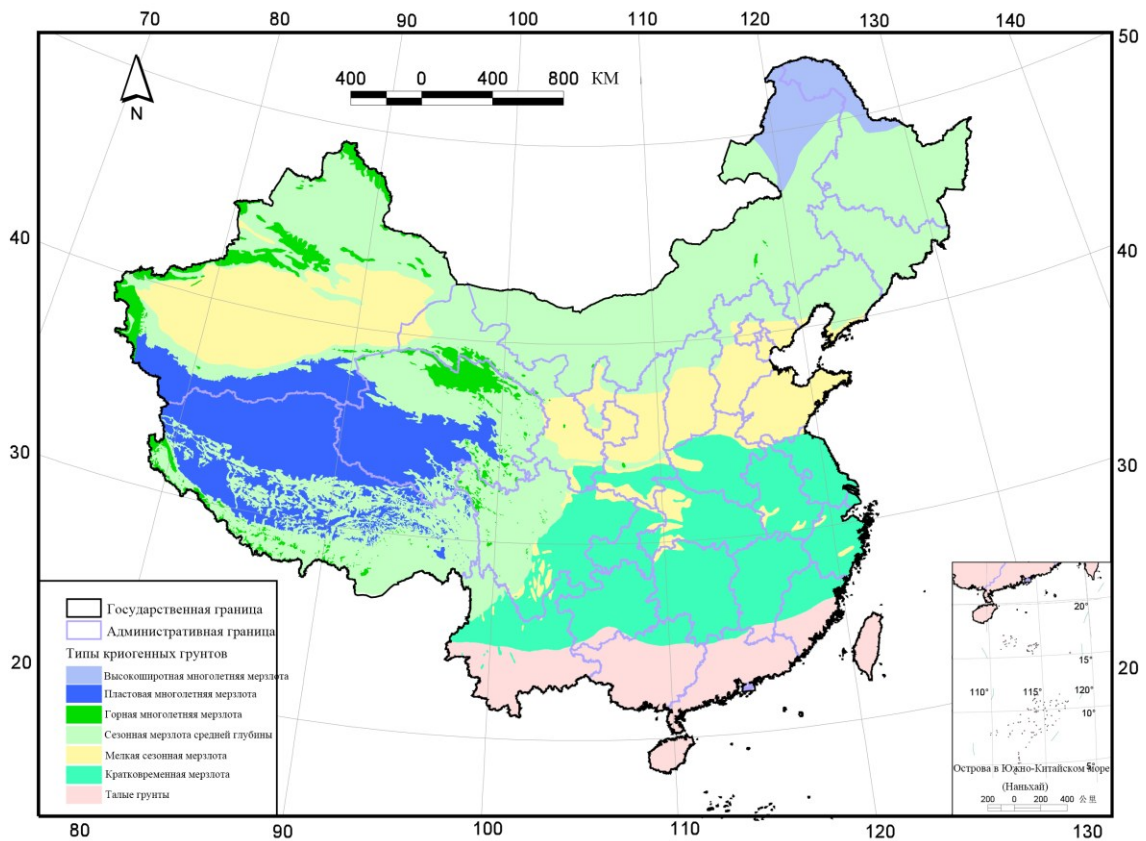


Рис. 1.1. Карта сезонного промерзания на территории Китая (Geographic Remote Sensing Ecological Network Platform, 2025)

Ключевые инфраструктурные проекты в рамках инициативы «Пояс и путь» охватывают северо-восточные провинции Ляонин, Цзилинь, Хэйлунцзян и Внутреннюю Монголию. В этих местах наблюдаются суточные и сезонные циклы колебаний температуры, характерные для холодных регионов. Реализация этих проектов не только способствовала развитию транспортной инфраструктуры в зонах вечной мерзлоты и сезонно промерзающих грунтов, включая железные

дороги Цинхай-Тибет и Харбин-Биг Хинган, но и стимулировала масштабное строительство гидроэнергетических и гражданских объектов в западных районах страны.

Разрушение сооружений вследствие морозного пучения грунта — это макроскопическое явление, вызванное миграцией влаги, которая, в свою очередь, происходит под косвенным влиянием температурного градиента. Это не всегда так, многие негативные воздействия возникают без миграции (в закрытых системах), например разрушение крепи скважин. Начальная температура замерзания чистой воды постоянна, в то время как вода в грунте отличается в связи с наличием каркаса грунта. Вода в порах не только замерзает на месте, но и подвергается фазовому переходу в процессе миграции воды. Процесс образования ледяных линз (шлиров) означает, что вода, не замерзающая в грунте, под действием разницы давления в порах, достигает самой теплой области ледяных линз, где продолжает замерзать и накапливаться, что приводит к увеличению толщины ледяных линз. Это является основной причиной пучения грунтов (Xu et al., 2010).

Деформация от замерзания грунтов может привести к повреждению дорог и зданий и их разрушению, что вызывает огромные экономические потери. К ним относятся: неравномерные деформации, вызванные замерзанием, приводящие к трещинам в зданиях (Zhang et al., 1985); воздействие замерзания на основание и покрытие дороги, оказывающее значительное влияние на безопасность эксплуатации автодорог (Li et al., 2010) и высокоскоростных железных дорог (Zhang et al., 2018; Tai et al., 2017; Cao et al., 2017); а также явление "выдергивания" конструкций в районах сезонного промерзания (Xin et al., 2011) и другие.

Замерзание грунта по сути представляет собой сложный процесс взаимосвязи воды, тепла и механических сил. Правильное понимание замерзания имеет большое значение для проведения строительства в замерзающих грунтах. Когда температура мелкозернистого грунта опускается ниже температуры замерзания воды в порах, часть воды в порах грунта превращается в поровый лед на месте. Из-за сложных физико-химических взаимодействий между частицами грунта и поровой водой температура замерзания воды вблизи поверхности частиц грунта ниже (Taber et al., 1930; Zhou et al., 2010; Sheng et al., 2014). Поэтому даже при температуре ниже точки замерзания не происходит полного превращения всей поровой воды в лёд.

Чем ниже температура и выше содержание льда, тем выше объём фазовых переходов. Различие в величине фазового перехода тонкой пленки воды обусловлено температурным градиентом. Основная причина возникновения миграции влаги и пучения грунта заключается в том, что тонкая пленка воды на поверхности грунтовых частиц, в зависимости от величины фазового перехода, замерзая, создает силу, которая перемещает воду в область формирования ледяных линз. Непосредственной причиной миграции влаги исследователи считают разницу в давлении пленочной воды. С развитием механики грунтов и механики замерзающих грунтов понимание структуры грунта стало более глубоким. Грунт является сложной многофазной пористой средой, и его механические свойства и равновесное состояние являются результатом взаимодействия различных фаз грунта и окружающей среды. Как правило, используется принцип эффективных напряжений, предложенный Терцаги:

$$\sigma = \sigma' + p$$

Здесь σ -полное напряжение, действующее на любую плоскость водонасыщенного грунта; σ' - эффективное напряжение, действующее в той же плоскости скелета грунта; p - поровое давление воды, действующее на поровую воду в той же плоскости.

Водонасыщенный грунт можно представить как однородную среду, что позволяет применять методы механики сплошных сред для анализа напряжений и деформаций грунта. Таким образом, на основе принципа эффективного напряжения можно также анализировать состояние напряжений и деформаций в водонасыщенных замерзающих грунтах.

Но, в отличие от обычных грунтов, мерзлый грунт испытывает влияние не только эффективного напряжения как единственной переменной напряжения, но и других переменных, включая температурный градиент. Поэтому при анализе состояния напряжений и деформаций необходимо также учитывать миграцию влаги и распределение температурного поля. Количество мигрирующей влаги напрямую влияет на толщину ледяных линз и содержание льда в замерзшей зоне. Таким образом, величина потока миграции влаги и распределение температур ниже нуля непосредственно влияют на деформацию грунта вследствие замерзания, а деформация грунта, в свою очередь, будет дальше влиять на миграцию влаги и процессы теплопередачи при низких температурах, превращая процесс замерзания в сложный процесс, в котором взаимодействуют теплопередача при низких температурах, миграция влаги и напряжения

деформации от замерзания. Эти факторы взаимодействуют друг с другом, создавая динамическую систему.

В настоящее время исследования процесса взаимодействия воды, тепла и других составляющих грунта достаточно изучены, однако эти исследования в основном сосредоточены на решении управляющих уравнений. При этом не всегда учитывается тот факт, что мерзлый грунт является пористой и сплошной средой. В процессе замерзания грунта динамическое изменение количества льда и воды приводит к изменениям механических свойств мерзлого грунта, таких как эффективное напряжение. Эти изменения эффективного напряжения непосредственно влияют на распределение давления в поровой воде, что косвенно влияет на миграцию влаги и деформацию при замерзании. Поэтому разработка модели, основанной на механике сплошных сред и процессе тепло-влажностного взаимодействия, имеет практическое значение.

1.1. Анализ пучения грунтов и миграции влаги

Табер (1929, 1930) впервые экспериментально описал механизм морозного пучения грунтов. Используя бензол (вещество с уменьшением объема при замерзании) вместо воды для создания насыщенного грунта, он провел эксперименты по одностороннему замораживанию и успешно наблюдал явление пучения. Исследования показали, что деформация грунта при замерзании обусловлена не только, и не столько кристаллизацией поровой воды, но и ростом ледяных линз в мерзлых грунтах (Zhou et al., 2010; Sheng et al., 2014; Taylor, G.S., Luthin, J.N., 1978; Zhang, et al., 2016). На основе работ Табера последующие исследователи значительно расширили изучение этого феномена. Например, Миллер экспериментально доказал существование незамерзшей воды при температуре -10°C , которая формирует миграционные каналы для непрерывной подачи влаги к фронту замерзания (Miller, 1970).

Миллер (1972, 1977, 1978) предложил концепцию «замерзающей каймы» - стабильной зоны у основания наиболее «теплой» (т.е. находящейся при наиболее высокой температуре) ледяной линзы, где в порах грунта формируются термодинамически устойчивые ледяные включения.

Согласно его модели, эта область характеризуется пониженной гидравлической проводимостью (менее 10^{-8} м/с), минимальной объемной влажностью (до 5%) и отсутствием

деформаций пучения. Зона «замерзающей каймы» (промерзающая зона) объединяет три ключевых процесса: 1) миграцию влаги; 2) фазовые превращения воды; 3) криогенную сегрегацию льда. Её толщина зависит от: физических свойств грунта (пористость, грансостав); внешней нагрузки; температурного градиента в зоне промерзания. Изучение микроструктуры и физико-механических характеристик замерзающей каймы является ключевым инструментом для понимания механизмов роста ледяных линз и морозного пучения, приоритетным направлением современных исследований в области геокриологии.

Бронфенбрер и соавт. (2009) экспериментально установили значительное расстояние между фронтом замерзания и зоной кристаллизации льда. На основании этого был сделан вывод о синхронном протекании миграции влаги и фазовых переходов воды на границе промерзающей и талой зон грунта. Данную область авторы обозначили как «фронт замерзания» - термогидродинамическую границу, существенно влияющую на перераспределение температурных и влажностных полей. Эта нижняя граница зоны промерзания, где появляются кристаллы льда в грунте, и ее температура составляет около 0°C . Микроструктура мерзлого грунта при этом демонстрирует выраженную зависимость от типа грунта и граничных условий (температура, влажность). Для тонкодисперсных грунтов характерна направленная миграция незамерзающей воды к фронту замерзания под действием температурного градиента (в условиях термической неравновесности), что приводит к кристаллизации льда и развитию морозного пучения (Bronfenbrener et al., 2013).

Рэдд и Оертл (1973) в ходе экспериментов по промораживанию насыщенных мелкозернистых грунтов установили, что толщина «замерзающей каймы» составляет около 10 мм. Лох и соавт. (1975) экспериментально оценили этот параметр в диапазоне 4-4,5 мм, тогда как Конрад и др. (1981) в условиях свободного промерзания получили значения 1,5-2,7 мм. Этот размер, вероятно, зависит от грунта и условий промерзания. Это наблюдение стало первым экспериментальным подтверждением существования «замерзающей каймы» как структурного элемента криогенной системы.

Вопрос о существовании «замерзающей каймы» (рис.1.1.1.) (проникновении льда в поровое пространство) стал объектом экспериментальных исследований многих ученых. Например, Хекстра в ходе экспериментов по морозному пучению ненасыщенного алевролита

Фэрбенкса впервые обнаружил значительное расстояние между зоной формирования ледяных линз и положением фронта замерзания (рис.1.1.1.) (Hoekstra et al., 1966).

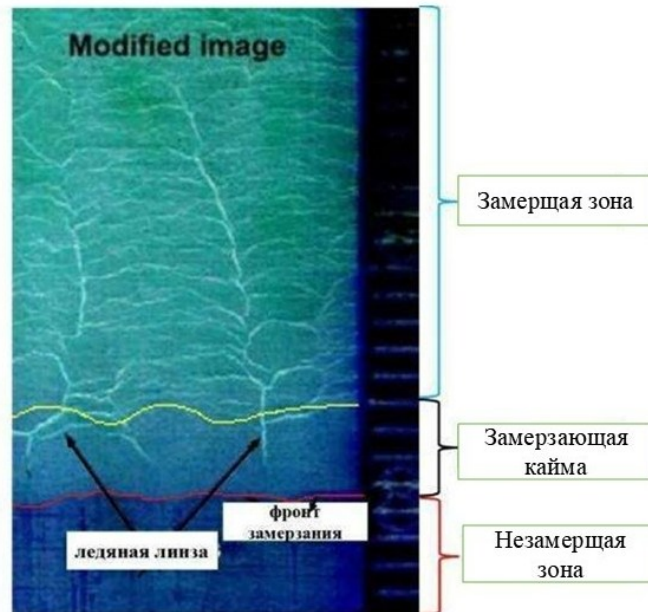


Рис.1.1.1. Схема структуры грунта во время замерзания

Китайский исследователь Ли Пин (1999) разработал метод цифровой обработки изображений мерзлого грунта, позволяющий определить момент начала формирования ледяных линз; коэффициент влагопроводности «замерзающей каймы»; пространственное положение и толщину криогенной (мерзлой) зоны. Ма и соавт. (2015) установили, что ледяные линзы вызывают сжатие нижележащих слоев грунта, приводящее к:

1. росту контактных напряжений в зоне взаимодействия,
2. снижению температуры линз,
3. увеличению толщины «замерзающей каймы».

При промерзании образцов в «кайме» могут формироваться вертикальные трещины, которые впоследствии заполняются льдом, образуя вертикальные ледяные жилы (Arenson et al., 2007; Xia et al., 2005). Канадский специалист Харлан (1973) впервые разработал уравнение тепло-влагообмена для «замерзающей каймы», учитывающее скрытую теплоту фазового перехода, а также влияние миграции влаги на теплопередачу.

Таким образом, основной причиной морозного пучения грунтов является рост наиболее «теплых» (т.е. ближайших к фронту промерзания) ледяных линз, вызванный миграцией влаги. Сегрегационное пучение, обусловленное перемещением влаги в промерзающих грунтах,

провоцирует развитие инженерно-геологических рисков (деформации дорог, фундаментов зданий и др.). В связи с этим, наряду с изучением «замерзающей каймы», ключевым направлением исследований в области криогенеза стало изучение механизмов влагопереноса. Рассмотрим их подробнее.

(1) Капиллярные силы

Табер (1929, 1930) в экспериментах по изучению движущих сил пучения указал, что незамерзающая вода поступает к ледяным линзам через капиллярные каналы, но сама миграция не обусловлена капиллярными эффектами. В рамках изучения механизмов влагопереноса Эверетт (1961) первым предложил теорию движения влаги под действием поверхностного натяжения на границе лёд-вода. Однако данная теория рассматривала формирование лишь однослойной ледяной линзы, что не объясняет образование многослойных прерывистых ледяных включений в грунтах (Watanabe et al., 2002). Бесков (1947) экспериментально обнаружил, что изменение содержания незамерзающей воды при промерзании грунта аналогично остаточной влажности при его высыхании. Это привело к гипотезе о связи миграции влаги при пучении с капиллярным поднятием, где движущей силой выступает поверхностное натяжение на границе лёд-вода. Чем ниже температура, тем выше натяжение на границе раздела лёд-вода. Однако, эта теория не объясняет отсутствие миграции влаги в песках.

(2) Теория плёнок

Вследствие электрохимической активности частиц грунта вокруг них формируется слой пленочной (адсорбированной) воды. В промерзающих грунтах толщина этой плёнки вблизи «теплого» края ледяной линзы асимметрична: на «тёплой» стороне частицы слой толще, чем на «холодной». Данная асимметрия, обусловленная температурно-зависимой разницей в степени фазовых превращений воды, создаёт условия для миграции влаги. Такаги (1980) установил, что истончение водной плёнки активирует физико-химические механизмы, стремящиеся восстановить её толщину. Это генерирует силу натяжения (drag force), обеспечивающую перенос влаги из зон с толстыми плёнками к фронту роста ледяной линзы.

(3) Миграция водяного пара

Тэн и соавт.(Teng et al., 2015), Ян Пин (Yao et al., 2016; Yao et al., 2018) провели анализ переноса пара в промерзающих грунтах. Для водонасыщенных грунтов основной механизм влагопереноса - жидкофазная миграция. Однако в малонасыщенных грунтах паровая миграция может играть ключевую роль. Есть особенности парового переноса в мерзлых грунтах. Вода в парообразном состоянии может конденсироваться в жидкость, а также сублимироваться непосредственно в лёд, увеличивая ледистость на фронте замерзания. Миграция пара возможна также при постоянной температуре из-за разницы упругости пара над льдом и водой (упругость пара над льдом ниже).

Многочисленные исследования посвящены влиянию внешней нагрузки на морозное пучение. Установлено, что увеличение нагрузки существенно подавляет пучение за счет уплотнения грунтовой структуры, снижения пористости. Это ограничивает миграцию незамерзающей воды и снижает интенсивность пучения. Фельдман (1988) и Фаулер с соавт. (Fowler, Krantz et al., 1994) экспериментально-теоретически обосновали три обязательных условия возникновения сильного пучения: наличие морозовосприимчивых грунтов (относительно высокая ледистость); достаточное увлажнение; температурный режим ниже точки замерзания с малой скоростью продвижения фронта замерзания, обеспечивающей миграционный массообмен. Жесткова (1982) экспериментально показала, что изменение граничной температуры системы вызывает дестабилизацию движения фронта замерзания, формирование возмущенного термодинамического состояния в зоне промерзания.

1.2. Анализ механизмов роста ледяных линз

В предыдущем параграфе мы рассмотрели вопрос о существовании зоны промерзания («замерзающей каймы») и движущих силах миграции воды. Миграция влаги, в свою очередь, является основной причиной формирования ледяных линз. Следовательно, исследования ледяных линз должны быть сосредоточены на определении критериев инициирования их образования.

В зависимости от того, может ли модель описать многократный рост ледяных линз в процессе замерзания грунта, Сюй и др. (2010) разделили теорию на первую и вторую теории морозного пучения. Согласно второй теории морозного пучения (Xu et al., 2010), сегрегационный

лёд формируется в промерзшей зоне. Что касается критериев образования сегрегационного льда, современные подходы делятся на два основных класса:

1. Методы, основанные на анализе энергии, потенциала и тепловых условий для определения возможности образования льда в конкретной зоне;
2. Методы, оценивающие процесс через параметры напряжённо-деформированного состояния.

Поскольку механические методы являются более разработанными и обладают чётким физическим смыслом, обеспечивая наглядность результатов, в данной работе основное внимание уделено анализу различных механических критериев с кратким обсуждением их особенностей.

Миллер и соавт. (1977) установили, что в процессе замерзания насыщенного мёрзлого грунта происходит его растягивающее разрушение. Миллером (1980) предполагается, что в зоне формирования сегрегационного льда частицы грунта теряют контакт между собой, что приводит к нулевому эффективному напряжению ($\sigma' = 0$), а внешняя нагрузка полностью воспринимается поровым давлением. Поскольку поровое пространство содержит как лёд, так и воду, поровое давление в насыщенном мёрзлом грунте представляет собой взвешенную сумму давлений порового льда и воды. В следующем разделе будет проведён детальный анализ баланса сил в зоне промерзания с использованием методов механики сплошных сред.

Мин Фэн (2015) предположил, что поровое давление следует использовать в качестве критерия образования сегрегационного льда. Мин Фэн (2015) предполагается, что сегрегационный лёд формируется только тогда, когда поровое давление превышает или равно сумме внешней нагрузки и прочности грунта на растяжение, что приводит к раздвиганию частиц грунта(рис.1.2.1).

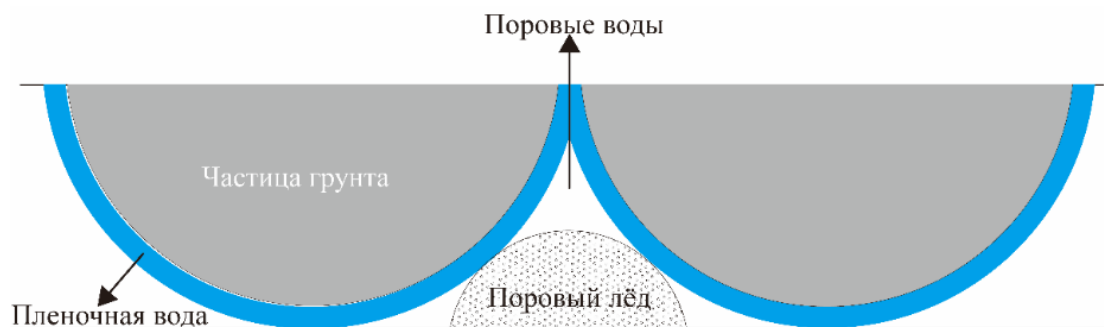


Рис.1.2.1. Механическое равновесие поровой (свободной) воды(Ming F., 2015)

Гилпин (1980) впервые ввёл концепцию давления расслоения (separation pressure), проведя термодинамический анализ адсорбционной водной плёнки на поверхности твёрдых тел (рис. 1.2.2). Согласно его выводам, сегрегационный лёд формируется, когда давление льда превышает или равно сумме внешней нагрузки и давления расслоения. Позже Никсон определил диапазон значений для давления расслоения. Цао Хунчжан(2006), основываясь на модели жёсткого льда, предложил рассматривать лёд как жёсткую среду, аналогичную частицам грунта, и использовать давление водной плёнки на границе лёд-вода в качестве критерия разрушения структурных связей в грунте.

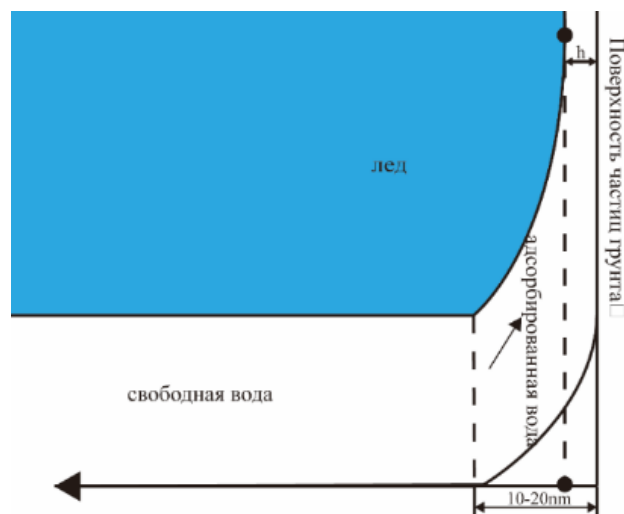


Рис.1.2.2. Фазовое равновесие системы лёд–вода (Гилпин, 1980)

Чжоу Ян (2009) установил зависимость между так называемым эквивалентным давлением воды (фактическое поровое давление воды, определяемое пленочной и свободной водой) в промерзающей зоне и давлением водной плёнки, что позволило уточнить механизм формирования сегрегационного льда в условиях динамического промерзания.

1.3. Анализ теоретических моделей пучения грунтов

По мере углубления знаний о свойствах морозного пучения и осадки грунтов при оттаивании, исследователи всё чаще фокусируются на изучении тепломассопереноса и фазовых переходов в мёрзлых грунтах. В последние годы особое внимание уделяется изучению теорий миграции влаги и закономерностей льдообразования в сезонномёрзлых грунтах.

С развитием от первой к второй теории морозного пучения (они рассматриваются ниже) и растущим интересом к проблеме тепломассопереноса в пористых средах, модели пучения стали

более точными и разнообразными. В настоящее время ключевыми, этапными моделями являются: капиллярная модель; гидродинамическая модель Харлана; модель жёсткого льда Миллера; модель сегрегационного потенциала (SP-модель) Конрада; термогидромеханические связанные модели.

На основе более ранних исследований Пеннер и Эверетт (1959) выдвинули «капиллярную теорию», имеющую этапное значение, также известную как «первая теория морозного пучения». Недостаток первой теории морозного пучения заключается в том, что она может описать только процесс замерзания грунта с одной ледяной линзой или без линз вообще, а также невозможность объяснения ею отсутствия миграции влаги в песках. Осознав её неточность в описании механизма роста ледяных линз. Миллер и Джилпин (1980), а также О'Нил и Миллер (1985) разработали модель жёсткого льда. Данная модель способна объяснить формирование многослойных прерывистых ледяных линз при замерзании грунта.

Методологические основы моделей следующие. Капиллярная модель и гидродинамическая модель Харлана базируются на «первой теории пучения». Модель жёсткого льда или модель сегрегационного потенциала основана на «второй теории пучения» (Xu et al., 2010). Модели на основе функции пористости являются распространёнными эмпирическими моделями (рис. 1.3.1)

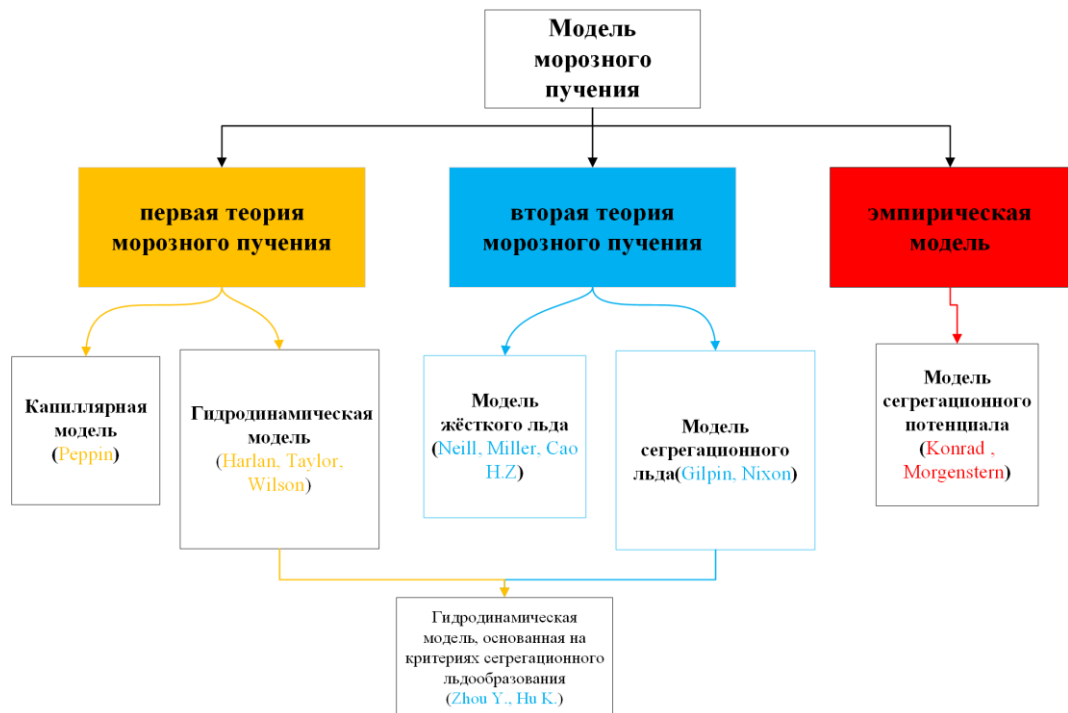


Рис. 1.3.1. Модели морозного пучения

Первая теория морозного пучения. Капиллярная модель (Everett et al., 1961; Jones et al., 1978), одна из первых теорий пучения, предполагает, что движущей силой миграции незамерзшей воды является капиллярное всасывание на границе лёд-вода, а размер пор выступает ключевым фактором, влияющим на чувствительность грунта к пучению. Величина всасывания определяется уравнением Лапласа (Beskow et al., 1947) для поверхностного натяжения:

$$P_i - P_w = \frac{2\sigma_{iw}}{r}$$

В формуле: P_i — давление льда, P_w — давление поровой воды, σ_{iw} — поверхностное натяжение на границе лёд-вода, r — радиус ледяной частицы (предполагается сферическая форма). Условие проникновения льда в поры: если $r > r_p$ (эффективный радиус пор), ледяные частицы не могут проникнуть в поры. Ледяные частицы могут проникнуть в поры грунта только тогда, когда разность давлений ($P_i - P_w$) достигает значения, при котором ($r = r_p$). Следовательно, критическая разность давлений, необходимая для внедрения льда в поры грунта, может быть выражена как:

$$\Delta P_{max} = \frac{2\sigma_{iw}}{r_p}$$

Комбинируя классическое уравнение Клапейрона-Клаузиуса (Zhang et al., 1985) с ранее полученными соотношениями, можно определить критическую температуру T_p , при которой лёд начинает проникать в поры грунта.

$$T_p = T_m \left(1 - \frac{2\sigma_{iw}}{\rho_w L_f r_p} \right)$$

здесь: ρ_w — плотность воды, T_m — температура замерзания гравитационной воды, L_f — скрытая теплота фазового перехода.

В капиллярной модели морозное пучение прекращается при $T < T_p$, когда предполагается, что поры полностью заполнены льдом, что блокирует миграцию влаги к растущим ледяным линзам. В этом случае достигается максимальное давление морозного пучения.

Пеппин и Стайл (Peppin et al., 2012) предложили новые идеи для модернизации капиллярной теории, указав, что если критическая температура T_p определяется размером 10% наименьших частиц в грунте и используется для расчёта максимального давления морозного пучения, то такая модель позволяет прогнозировать предельное пучение грунта. Эксперименты,

направленные на мониторинг структуры и распределения частиц на поверхности ледяных линз, могут существенно углубить понимание этого механизма.

Харлан (Harlan, 1973) провёл исследование явления морозного пучения в холодных регионах и на основе аналогии между процессами высыхания-увлажнения ненасыщенных грунтов и замерзания-оттаивания мёрзлых грунтов разработал **гидродинамическую модель Харлана**. Данная модель учитывает влияние скрытой теплоты фазового перехода и потока влаги на процесс теплопереноса.

На основе законов сохранения массы мигрирующей влаги в пористой среде и сохранения энергии теплопередачи были выведены одномерные термогидромеханические уравнения, описывающие сопряжённый перенос тепла и влаги:

$$\rho_w c_w \frac{\partial(v_w T)}{\partial x} - \lambda \frac{\partial \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)}{\partial x} + c_v \frac{\partial T}{\partial t} = L \rho_i \frac{\partial \theta_i}{\partial t} \quad 1.3.1$$

$$\rho_w \frac{\partial \left(k \frac{\partial H}{\partial x} \right)}{\partial x} = \frac{\rho_i}{\rho_w} \frac{\partial \theta_i}{\partial t} + \frac{\partial \theta_w}{\partial t} \quad 1.3.2$$

где: ρ_w и ρ_i — плотность воды и льда (кг/м³); θ_w и θ_i — объёмная влажность и объёмная доля льда в грунте; k — гидравлическая проводимость (м/с); H — полный гидравлический напор (м); c — объёмная теплоёмкость грунта (Дж/(м³·°C)); λ — эффективная теплопроводность грунтовой смеси (Вт/(м·°C)); c_w — удельная теплоёмкость воды (Дж/(кг·°C)); v_w — скорость конвективного переноса воды (м/с); L — скрытая теплота фазового перехода воды (3.33×10^5 Дж/кг).

Гидродинамическая модель предполагает, что морозное пучение грунта возникает, когда объёмная доля льда (θ_i) превышает критическое значение, а величина пучения соответствует объёму льда, превышающему этот порог. Потому что, даже когда при понижении температуры вода претерпевает фазовый переход в лёд, но содержание льда является недостаточным, это приводит лишь к смещению частиц грунта и уменьшению пористости, а не к возникновению выраженных деформаций морозного пучения. Однако в данной модели: 1) В представленной модели не введены критерии формирования ледяных линз, что не позволяет моделировать процесс их зарождения и роста в виде выраженной слоистой текстуры; 2) не учитывается влияние вышележащей нагрузки на процесс пучения.

Эти ограничения обуславливают применимость модели только для грунтов с незначительным пучением и отсутствием выраженных ледяных линз. Ряд исследователей модифицировали модель Харлана. Гаймон и Тейлор (Taylor et al., 1978; Guymon, 1974; Rui et al., 2016) использовали её базовый каркас, объединив модифицированное уравнение Ричардса (Ning, William, 2008) с уравнением конвективно-кондуктивного теплопереноса. Этот подход позволил точнее описать взаимосвязь между температурой и поровым давлением воды, а также учесть влияние фазовых переходов на тепломассоперенос.

Вторая теория морозного пучения. Модель жёсткого льда была разработана Миллером (Miller, 1972; O'Neill et al., 1985) с целью расчёта морозного пучения. В этой модели грунтовый толща разделяется на три зоны: 1) зона промерзания (уже замёрзшая часть); 2) промерзающая зона промерзания («промерзающая кайма», активная зона фазового перехода); 3) зона незамёрзшего грунта. Гилпин (Gilpin, 1980) упростил модель жёсткого льда, предположив, что новая ледяная линза формируется, когда давление льда в «промерзающей кайме» достигает критического значения.

«Промерзающая кайма» определяется как область между фронтом замерзания (фронт промерзания является границей раздела между промерзающей и талой зонами) и нижней границей самой тёплой ледяной линзы. В этой зоне сосуществуют лёд и вода, происходят интенсивные фазовые переходы и миграция влаги. Ключевые уравнения модели: уравнение Клапейрона-Клаузиуса для связи давлений льда и воды; закон Дарси для потока влаги. Основные допущения модели: жёсткая связь между пористым льдом и ледяными линзами: скорость движения льда (V_l) совпадает со скоростью пучения (рис. 3.1.2); пренебрежение упругими деформациями льда и грунта.



Рис. 3.1.2. Схема каймы промерзания (модель жёсткого льда)(Miller, 1972)

Преимущества модели: 1) преодоление ограничений капиллярной теории; учёт динамики фазовых переходов и гидродинамических процессов; возможность моделировать сегрегационное льдообразование (рост линз); 2) стала основой «второй теории морозного пучения», фокусирующейся на механо- термических взаимодействиях.

В процессе одномерного промерзания уравнения сохранения массы и энергии для модели жёсткого льда имеют следующий вид:

$$(\rho_i - \rho_w) \frac{\partial \theta_i}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{k}{g} \left(\frac{\partial P_w}{\partial x} - \rho_w g \right) - \rho_i V_i \theta_i \right] = 0 \quad 1.3.3$$

$$\sum (\rho C \theta)_n \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \rho_i L_f \left(\frac{\partial \theta_i}{\partial T} + V_i \frac{\partial \theta_i}{\partial x} \right) = 0 \quad 1.3.4$$

где: g — ускорение свободного падения (м/с^2); V_i — скорость роста ледяной линзы (м/с); ρ_n — плотность различных сред (лёд, частицы грунта, вода) (кг/м^3); C_n — удельная теплоёмкость различных сред ($\text{Дж/(кг} \cdot \text{°C)}$); λ — коэффициент теплопроводности ($\text{Вт/(м} \cdot \text{°C)}$); θ_n — объёмное содержание различных компонент (доля от общего объёма).

Модель жёсткого льда описывает механизм формирования ледяных линз, предполагая, что при образовании сегрегационного льда происходит разрыв скелета грунта. Внешняя нагрузка в этом случае уравнивается нейтральным давлением (P_{or}). Новые сегрегационные линзы формируются, когда нейтральное давление (P_{or}), создаваемое льдом и водой, превышает внешнюю нагрузку:

$$P_{or} = \chi P_w + (1 - \chi) P_i$$

В формуле χ — это весовой коэффициент, связанный с содержанием незамерзшей воды (O'Neill, Miller, 1985); P_{or} — нейтральное давление.

Согласно теории морозного пучения Миллера, если эффективное напряжение в точке мёрзлого грунта снижается до нуля, это приводит к образованию новой сегрегационной ледяной линзы. Данный механизм обусловлен тем, что при ненулевом эффективном напряжении возникает межфазное давление на контакте лёд-грунт, препятствующее внедрению ледяных частиц в поровое пространство и их последующее сцепление. Этот вывод был впоследствии количественно формализован в уравнении роста ледяных линз О'Нила (1983).

После определения механизма формирования сегрегационного льда, скорость перемещения ледяной линзы — скорость морозного пучения (V_i) — можно определить с помощью закона сохранения массы на нижней границе активной линзы (Miller, 1985).

$$V_i = -k \left(\frac{\partial P_w}{\partial x} - \rho_w g \right) / \rho_i g (1 - \theta_i) \quad 1.3.5$$

Модель жёсткого льда способна моделировать процесс роста ледяных линз, но её структура и вычислительные алгоритмы остаются сложными. Многие исследователи предложили упрощённые версии этой модели.

Цао Хунчжан (Cao, 2007) модифицировал модель жёсткого льда, разработанную R. Miller (Miller, 1985). Он уточнил условия сегрегации льда и движущий потенциал миграции влаги, создав одномерную модель морозного пучения с учётом сегрегации льда.

Я.Б. Горелик (2009, 2010, 2011) предложил модель сегрегационного - эта модель может описать и инъекционный тип льдонакопления. В отличие от схемы О'Нейлла–Миллера, в предлагаемом подходе реализуется однофронтная постановка задачи: зона промерзания отсутствует, а влагонакопление осуществляется на фронте промерзания. В основе этого подхода лежат балансовые уравнения на фронте промерзания и дополнительное соотношение между скоростями движения границ промерзающего слоя (Горелик, 2009, 2010):

$$j_h(H) = k \rho_i n_f \dot{H} = \lambda_f \frac{t_f - t_s}{H} - \lambda_u G(H) \quad 1.3.6$$

$$(n_f - n_u) \dot{z}_f = -(1 - n_f) \dot{z}_s \quad 1.3.7$$

$$\rho_w j_h(H) = \rho_i n_f \dot{z}_s + (\rho_w n_u - \rho_i n_f) \dot{z}_f \quad 1.3.8$$

Уравнения (1.3.6), (1.3.7), (1.3.8) – балансы тепла, массы скелета и массы воды соответственно. λ_f , λ_w , ρ_w , ρ_i , k – коэффициенты теплопроводности мерзлого и талого грунта, плотности воды и льда, теплота фазового перехода лед– вода соответственно; t_s , t_f – температура промерзания (на верхней поверхности массива) и температура фазового перехода (на фронте промерзания); n_f, n_u – пористость грунта на фронте промерзания в мерзлом и талом состояниях; \dot{z}_s , \dot{z}_f – положение поверхности грунта и фронта промерзания в текущий момент времени; $j_h(H)$ – поток влаги со стороны талой зоны к фронту промерзания (зависящий, вообще говоря, от H) (Горелик, 2009, 2010).

Гореликом здесь впервые введено уравнение баланса скелета (1.3.7), что позволяет охарактеризовать льдонакопление в промерзающем слое с помощью пористости n_f , являющейся непрерывной функцией глубины промерзания (в отличие от дискретного представления текстурных показателей, которое применяется в вышеупомянутой схеме и является весьма трудоемким). Главным преимуществом предлагаемого способа описания является возможность

постановки и решения ряда задач по расчету совместно протекающих процессов льдонакопления и неравномерного деформирования промерзающего слоя грунта (с учетом действия внешних нагрузок), которые сложно реализовать в иных подходах (Горелик, 2011). Данный метод позволяет определить функцию влагопереноса $j_h(H)$ в уравнении (1.3.8) как функцию от глубины промерзания с учётом действующей нагрузки, термических условий промерзания и специфических свойств грунта.

Модель сегрегационного льда (Segregated Ice Model) была предложена исследователями Гилпином, Никсоном и другими (Gilpin, 1980; Норке, 1980). В данной модели предполагается, что поровый лёд и ледяные линзы не имеют прямой механической связи, а лёд в порах не перемещается в гранулированной среде. Рост сегрегационного льда происходит за счёт фазового перевода мигрирующей воды в лёд на нижней границе линзы. Ключевое отличие от модели жёсткого льда: в модели жёсткого льда учитывается взаимодействие порового льда и линз через непрерывную среду; в модели сегрегационного льда предполагается, что связь между линзами и поровым льдом разорвана (рис. 3.1.3), что исключает необходимость моделирования их совместного движения. Суть модели: ледяные линзы растут независимо от порового льда, что и определяет термин «обособленный». Упрощение достигается за счёт отдельного анализа линз и порового льда.



Рис. 3.1.3. Схема «замерзающей каймы» (модель сегрегационного льда)(Gilpin, 1980)

Модель «обособленного льда», разработанная Никсоном, основана на следующих допущениях: 1) объём воды не изменяется в процессе замерзания в порах, а частицы грунта не деформируются; 2) пренебрегается конвективным теплообменом внутри мёрзлого грунта; 3)

температурные поля в мёрзлой зоне, зоне промерзания и талой зоны считаются линейно распределёнными.

На основе второй теории морозного пучения Никсон (Nixon, 1991) провёл анализ процесса теплопередачи во всей «промерзающей кайме» и вывел математическое выражение, описывающее сохранение энергии на «тёплом» конце сегрегационной ледяной линзы:

$$\frac{\lambda_f(T_c - T_s)}{(x_c - x_s)} + \frac{\lambda_{ff}(T_s - T_f)}{a} = L_f V_{ff} \quad 1.3.9$$

$$\frac{\lambda_{ff}(T_s - T_f)}{a} + \frac{\lambda_u(T_f - T_w)}{x_f} = n_f L_f da/dt \quad 1.3.10$$

где: $\lambda_f, \lambda_{ff}, \lambda_u$ — коэффициенты теплопроводности мёрзлого грунта, промерзающего и талого грунта соответственно (Вт/(м·°C)); X_c, X_s, X_f — координаты холодного конца, фронта замерзания и нижней границы ледяной линзы (м); T_c, T_w, T_s, T_f — температуры на холодном конце грунтового столба, «тёплом» конце, границе сегрегационного льда и фронте замерзания (°C); $\frac{da}{dt}$ — скорость движения фронта промерзания (м/с); n_f — коэффициент льдистости на фронте замерзания (доля льда в единице объёма); V_{ff} — скорость миграции влаги на фронте промерзания (м/с).

На основе приведённой системы уравнений Никсон провёл численные исследования морозного пучения и получил результаты, близкие к экспериментальным наблюдениям. Модель «обособленного» льда способна описывать повторяющееся формирование ледяных линз, однако имеет следующие недостатки: 1) отсутствие адекватных управляющих уравнений для описания сопряжённого процесса тепломассопереноса и распределения температурного поля; 2) дискуссионность использования «нейтрального» давления (P_{or}) для расчёта «давления расслоения»; 3) сохраняется допущение о жёсткости пор, игнорирующее влияние движущих сил миграции влаги на деформацию порового пространства.

Чжоу Ян (2012) и Ху Кунь (2011) усовершенствовали математическое описание термогидродинамических процессов в грунтах, основываясь на термодинамической теории гидродинамической модели Харлана (1973). Они модифицировали критерий сегрегации льда, введя давление водной плёнки на границе фазового перехода (лёд-вода), и предложили усовершенствованную модель морозного пучения, которая обеспечивает более точную оценку пучения.

Эмпирическая модель Конрада. Модель сегрегационного потенциала (SP-модель) является наиболее распространённой полуэмпирической моделью. Конрад и соавт. (1980, 1981) экспериментально установили, что после стабилизации морозного пучения в насыщенном грунте скорость миграции влаги v_0 пропорциональна температурному градиенту $grad T$. Коэффициент пропорциональности в этом соотношении был назван «сегрегационным потенциалом»:

$$v_0 = SP_0 \cdot grad T$$

В формуле SP_0 — сегрегационный потенциал (SP) при отсутствии внешней нагрузки ($\text{мм}^2/\text{с} \cdot \text{°C}$).

Сегрегационный потенциал (SP) с учётом внешней нагрузки определяется как:

$$SP = SP_0 \cdot e^{-aP_e}$$

где P_e — внешняя нагрузка (давление от вышележащих слоёв) (кПа); a — константа грунта (параметр, зависящий от типа грунта).

Сравнение с полевыми данными показало, что точность данной модели соответствует инженерным требованиям. Конрад и другие исследователи дополнительно изучили влияние таких факторов, как режим замерзания, скорость промерзания, циклы замерзания-оттаивания и внешняя нагрузка на морозное пучение. Сюй Сюэцзу и соавт. (1995) считают, что модель сегрегационного потенциала (SP-модель) применима только в случаях, когда: 1) температурный градиент известен; 2) процесс замерзания можно считать стационарным. В условиях неравновесной термодинамики, когда сегрегационный потенциал (SP) не является константой и непрерывно изменяется, теоретическая база для решения задач морозного пучения грунтов остаётся несовершенной.

Конрад и Моргенстерн (1982, 1993) предложили, что величина морозного пучения в условиях водонасыщенных грунтов может быть получена путём интегрирования следующего соотношения:

$$\frac{dh}{dt} = 1.09SP \cdot G_f + 0.09n \frac{dx}{dt}$$

где первый член в правой части уравнения соответствует пучению за счёт роста ледяных линз, а второй член описывает пучение, вызванное фазовым переходом поровой воды *in-situ* (замерзанием на месте); h — величина морозного пучения (мм); SP — потенциал сегрегации ($\text{мм}^2/(\text{с} \cdot \text{°C})$); G_f — температурный градиент в зоне промерзания ($\text{°C}/\text{мм}$); n — объёмная доля

поровой воды, подвергшейся фазовому переходу в лёд в зоне промерзания (%); X — глубина промерзания (мм).

Эти модели активно используются для анализа процессов замерзания и пучения грунта. Тем не менее, исследователи сталкиваются с рядом трудностей при применении математических моделей для изучения взаимодействия подземных вод и мерзлых грунтов в холодных регионах. Основные проблемы включают: отсутствие базового понимания физических процессов, происходящих в мерзлом грунте (Ireson et al., 2013); неопределенность в том, могут ли используемые параметры моделей точно воспроизводить процессы динамического замораживания и оттаивания; вычислительные проблемы, связанные с высокой степенью сложности моделей (Painter et al, 2013). В связи с этими трудностями, актуально провести исследования базовой теории процесса замерзания пористых сред, чтобы решить некоторые из вышеперечисленных проблем.

Выводы к главе 1

По результатам анализа многочисленных исследований, посвященных экспериментам и моделям морозного пучения, можно сделать следующие выводы:

1. Капиллярная и гидродинамическая модели считаются первыми теоретическими моделями пучения. Однако гидродинамическая модель получила более широкое распространение, поскольку использует два классических уравнения теплопереноса, заложив основу для последующих моделей различных исследователей.

2. Ключевое различие между двумя основными моделями роста ледяных линз заключается в следующем: модель жёсткого льда использует нейтральное давление в качестве критерия формирования линз, тогда как модель сегрегационного льда добавляет к этому понятие прочности на отрыв. Модель жёсткого льда предполагает непрерывность между частицами льда и ледяной линзой, в то время как модель сегрегационного льда рассматривает их как отдельные системы.

3. Модель жёсткого льда, опирается на уравнения теплопереноса и массопереноса. В ней предполагается, что скорость пучения равна скорости роста ледяной линзы, и на основе этой скорости строится система связанных уравнений. Для формулировки граничных условий роста

линзы введено понятие нейтрального давления. Однако данная модель обладает рядом недостатков: слишком большое количество параметров, сложность их определения, а также трудности с численным решением.

Глава 2. Теоретическая формулировка и численное решение проблемы давления поровой воды при миграции влаги¹

Данное исследование направлено на прогнозирование порового давления воды в мерзлых грунтах на основе моделирования процессов тепломассообмена. Учитываются ключевые аспекты: движущие силы миграции влаги, фазовые переходы «лёд-вода» и др. Однако решение исходной системы уравнений связано с большим количеством взаимосвязанных параметров и сложных зависимостей. В связи с этим актуальной задачей является разработка упрощённой численной модели с меньшим количеством параметров, пригодной для практического расчёта фактического порового давления воды.

Чтобы создать модель давления поровой воды во время процесса замерзания грунта, сначала необходимо решить основные дифференциальные уравнения в частных производных, определяющие процесс замерзания грунта, чтобы смоделировать фазовый переход лед-вода и миграцию воды во время процесса замерзания. Требуются три уравнения: управляющие уравнения в частных производных поля влаги и поля температуры, а также уравнение порового давления воды. Уравнение, связывающее три приведенных выше уравнения, представляет собой функцию изменения содержания незамерзшей воды в зависимости от температуры, что представляет собой эмпирическую зависимость (Xu et al., 2010).

Терцаги в 1923 году предложил принцип эффективного напряжения для насыщенных грунтов, который сделал механику грунтов независимой от общей механики и превратил её в самостоятельную дисциплину, создав основу для развития современной механики грунтов. На сегодняшний день принцип эффективного напряжения является краеугольным камнем классической механики грунтов и успешно применяется в инженерно-геологической практике, способствуя дальнейшему развитию теории механики грунтов. Однако выбор переменных напряжений и определение эффективного напряжения в ненасыщенных грунтах остаются спорными и неоднозначными вопросами.

¹ При подготовке данного раздела диссертации использованы следующие публикации автора (выполненные лично или в соавторстве), в которых, согласно Положению о присуждении учёных степеней в МГУ, отражены основные результаты исследования:

1. **Zhou B.**, Brouchkov A.V., Eremina L.I., Xu C., Hu J. Numerical Simulation of Water Migration during Soil Freezing and Its Resulting Characterization // Applied Sciences. – 2024. – Vol. 14, No. 18. – Pp.1-12. Импакт-фактор в WoS: 2,5. Объем публикации: 0,99 п.л., объем вклада соискателя: 0,80 п.л. DOI: 10.3390/app14188210.

Грунт - многофазная пористая среда, и характеристики деформации и напряжения грунта отличаются от характеристик однофазной среды. Для однофазной среды ее деформационные характеристики и прочность определяются общим напряжением, но для рыхлой пористой среды, такой как грунт, ее деформация и прочность зависят не только от общего напряжения.

Традиционное уравнение, которое напрямую описывает поровое давление воды в системе теплового равновесия, в которой сосуществуют лед и вода, это уравнение Клапейрона-Клаузиуса. Однако многие эксперименты доказали, что при применении уравнения Клапейрона-Клаузиуса к мерзлым грунтам с более низкими температурами его значения часто превышают фактические результаты (Zeng et al., 2015). Детальный анализ и вывод уравнения Клапейрона-Клаузиуса будут представлены в последующих главах. В связи с этим предлагается новая вариация уравнения Клапейрона-Клаузиуса для решения этой проблемы. Чтобы модель имела решение, этот вариант должен быть напрямую связан с содержанием воды и льда. Поэтому нам необходимо сначала решить проблему эффективного напряжения в мерзлом грунте. Подводя итог, чтобы построить модель давления поровой воды мерзлого грунта, нам в основном необходимо решить следующие три задачи:

- 1) выполнить анализ напряженного состояния насыщенного мерзлого грунта на основе эффективного напряжения немерзлого ненасыщенного грунта.
- 2) определить возможность адаптируемости уравнения Клапейрона-Клаузиуса и его применение к данному исследованию.
- 3) выполнить численную реализацию уравнений в частных производных связанного теплопереноса.

2.1. Описание напряженно-деформированного состояния ненасыщенного глинистого грунта в немерзлом состоянии

В соответствии с принципом эффективных напряжений, полное напряжение в насыщенном талом грунте в любом сечении представляет собой сумму порового давления воды и эффективного (контактного) напряжения в скелете грунта. Давление поровой воды вызывает сжатие частиц грунта, но оказывает, как правило, незначительное влияние на деформацию и устойчивость грунта, в то время как эффективное напряжение контролирует общую деформацию

и прочность грунта. Поэтому при описании деформационных и прочностных характеристик водонасыщенных грунтов в качестве переменной обычно используется эффективное напряжение. В отличие от них, ненасыщенные грунты содержат в порах не только жидкую воду, но и другие фазы, например, газовую, и их поведение является существенно более сложным. Следовательно, для полного описания свойств ненасыщенных грунтов требуется дополнительное исследование по выбору независимых переменных.

Традиционная механика ненасыщенных грунтов предполагает, что под ненасыщенными грунтами обычно понимаются грунты, поры которых насыщены только двумя фазами - жидкой и газообразной - и относятся к немерзлым грунтам. Мерзлый грунт можно считать особым типом ненасыщенного грунта. Поры насыщенного мерзлого грунта заполнены двумя фазами: водной фазой и ледяной фазой. Помимо водной фазы и фазы льда, в порах ненасыщенного мерзлого грунта имеется еще газовая фаза. Очевидно, что свойства мерзлого грунта описать сложнее, чем немерзлого.

Многие ученые анализировали эффективные напряжения в насыщенных и ненасыщенных грунтах. Среди них есть две основные теоретические формулы для насыщенных и ненасыщенных незамерзающих грунтов. Терцаги в 1936 году вывел теорию эффективных напряжений в немерзлых водонасыщенных грунтах (жидко-твердые материалы) (Terzaghi, 1923) в виде, который мы уже приводили ранее (обозначения в формуле см. выше):

$$\sigma = \sigma' + p$$

Однако закон эффективных напряжений, предложенный М.Био, является более широко используемой формой модификации формулы для эффективных напряжений (Biot, 1941):

$$\sigma_{ij}^{full} = \sigma_{ij}^{eff} + a_{ij}p_w\delta_{ij}$$

Где σ_{ij}^{full} – полное напряжение; σ_{ij}^{eff} – эффективное напряжение; p_w – поровое давление воды; a_{ij} - коэффициент Био; δ_{ij} -символ Кронекера.

Коэффициент Био является важным параметром теории связи жидкость–твердое тело, он показывает, какую часть порового давления воды нужно учесть при расчете эффективных напряжений (Alonso et al., 2013). Данный коэффициент демонстрирует положительную корреляцию с пористостью, а его значение варьируется в диапазоне от 0 до 1 (Артамонова, Чжоу Бичэн, 2022 (рис. 2.1).

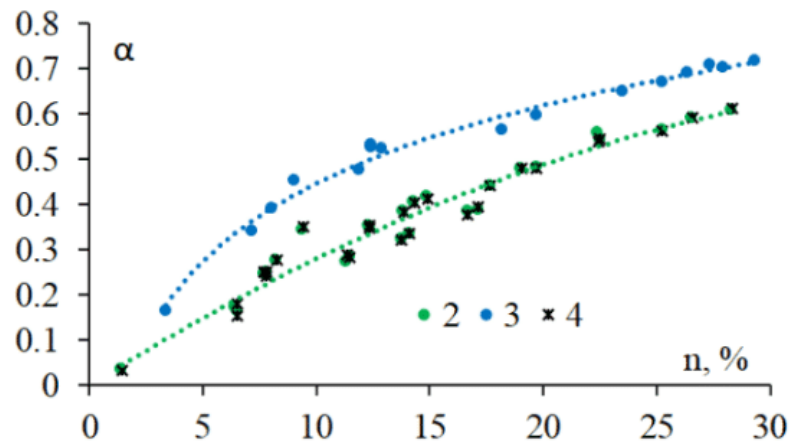


Рис. 2.1. Зависимость коэффициента Био α от пористости n

Для ненасыщенных грунтов принцип и определение эффективного напряжения такие же, как и для насыщенных грунтов, но необходимо учитывать: 1) давление порового воздуха; 2) разницу между давлением порового воздуха и давлением поровой воды (Bishop, 1959):

$$\sigma = \sigma' + xp_w + (1 - x)p_a$$

где x —параметр эффективного напряжения со значением от 0 до 1.

Впоследствии Уиллер и др. (2003), Джомми (2000), Лю (2008), Генс (2003), Чжао и Лю (2000), Алонсо (2013), Лю (2014) обсуждали применение параметров эффективного напряжения в ненасыщенном немерзлом грунте. Процесс замерзания водонасыщенного грунта имеет много общего с процессом высыхания ненасыщенного немерзлого грунта, однако данная аналогия не распространяется на механические процессы, включая влияние внешней нагрузки. В этой главе сначала обсуждаются некоторые вопросы переменных напряжения в ненасыщенном немерзлом грунте, а затем эти выводы распространяются на насыщенный мерзлый грунт. Согласно вышеуказанным исследовательским гипотезам, среднее напряжение скелета грунта в насыщенном мерзлом грунте можно рассматривать как эффективное напряжение. На основе метода усреднения в данной главе показано, что средние напряжения скелета грунта в ненасыщенных грунтах могут быть определены как эффективные напряжения. На этом основании они были распространены на насыщенный мерзлый грунт для получения коэффициентов эффективного напряжения и давления поровой воды.

2.1.1. Анализ эффективных напряжений в ненасыщенных незамерзающих грунтах

Ненасыщенные немерзлые грунты являются пористыми средами, поры которых заполнены газом и водой. Согласно определению насыщенности, водонасыщенный грунт - это особое состояние, когда степень насыщенности водой равна 1. С уменьшением насыщенности, воздух в грунте из отдельных пузырьков постепенно превращается в сплошную фазу газа, что приводит к значительным различиям в механических свойствах грунта и, следовательно, к очевидным другим изменениям. Для упрощения анализа приняты следующие допущения:

- 1) ненасыщенный немерзлый грунт рассматривается как однородная и изотропная среда;
- 2) Вода и воздух в порах находятся в непосредственном контакте;
- 3) пренебрегается влиянием физико-химических эффектов, включая молекулярные силы и размер частиц;
- 4) учитывается только взаимодействие между напряжениями в твердом скелете и его механическим равновесием (Zhao et al., 2016; Chen et al., 2002).

Связь между общим напряжением и напряжением в каждой фазе в ненасыщенном немерзлом грунте. В механике сплошной среды воздух, вода и частицы грунта могут рассматриваться как сплошные среды. Их смесь, то есть ненасыщенный грунт, также может быть описана как трехфазная сплошная среда, включающая твердую, жидкую и газообразную фазы. Для анализа напряженного состояния ненасыщенного немерзлого грунта используется так называемый элемент репрезентативного объема (REV). Лу (2008) подробно описал метод определения напряжений в REV для многофазных материалов. Он подчеркнул, что для преобразования микроскопических напряжений (на уровне частиц) в макроскопические напряжения (на уровне REV) необходимо сначала умножить напряжение каждой фазы на фактическую площадь сечения, занимаемую этой фазой, чтобы получить соответствующую силу, а затем распределить эту силу по всему объему REV. Усреднение по объему REV позволяет получить макроскопическое напряжение, которое является внешней характеристикой напряженного состояния.

В данной главе на основе принципов и математических выводов, приведенных в литературе (Lu et al., 2008; Zhao et al., 2010; Zhao et al., 2016; Chen et al., 2002), проведен комплексный анализ эффективных напряжений в ненасыщенных грунтах.

Как показано на рисунке 2.1.1, пусть объем элемента репрезентативного объема (REV) равен $V = dx dy dz$, а площадь каждого сечения составляет $A = dx dy = dy dz = dz dx$. Пористость ненасыщенного немерзлого грунта обозначена как n , степень водонасыщения как S_w . Тогда: объем скелета грунта равен $V(1 - n)$, объем поровой воды составляет VnS_w , объем порового газа равен $Vn(1 - S_w)$. Плотности частиц грунта, поровой воды и порового газа обозначаются соответственно, как ρ_s , ρ_w и ρ_a . Таким образом, гравитационные силы (массовые силы), действующие на скелет грунта, воду и газ в единице объема, могут быть выражены следующим образом: для скелета грунта: $(1 - n)\rho_s g$, для поровой воды: $n\rho_w S_w g$, для порового газа: $n\rho_a(1 - S_w)g$.

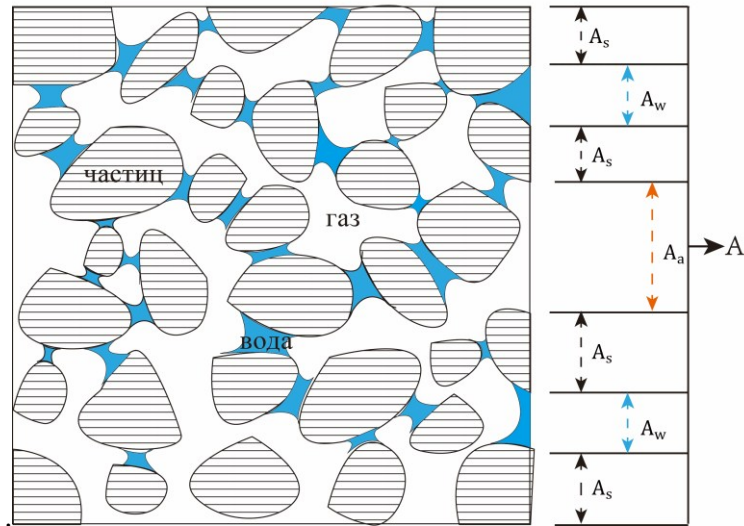


Рис. 2.1.1. Микроскопический профиль немерзлого грунта

здесь P_w , P_a обозначают собственные напряжения воды и газа на поверхности среза, а A_s , A_w , A_a — площади вертикальной поверхности среза, соответствующие скелету грунта, воде и газу на правой части рисунка 2.1.1.

Проведем общий анализ напряжений по профилю XOZ для ненасыщенного немерзлого грунта (включая поровую воду, газ и скелет грунта)(Рис. 2.1.2). В соответствии с условием равновесия внутренних сил, уравнение равновесия полного напряжения в грунтовой смеси может быть получено в виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{tx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \gamma_x = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{tz}}{\partial z} + \gamma_z = 0 \end{cases} \quad 2.1.1$$

Лу (2008) и Чжао (2016) предполагают, что дифференциальное уравнение полного напряжения, расширенное до трехмерных условий, выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{tx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \gamma_x = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{tz}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \gamma_z = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{ty}}{\partial y} + \gamma_y = 0 \end{cases} \quad 2.1.2$$

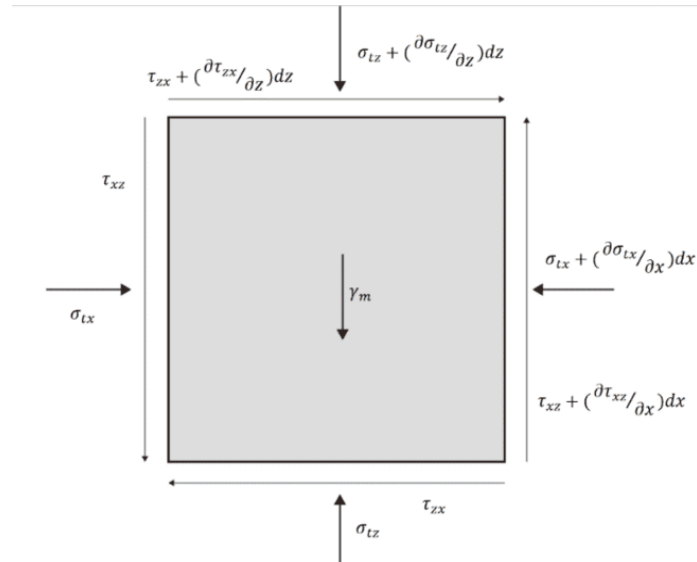


Рис. 2.1.2. Анализ напряжений грунта

В формуле σ_{tx} , σ_{tz} , σ_{ty} — суммарное нормальное напряжение грунта; τ_{xy} , τ_{yz} , τ_{xz} — суммарное напряжение сдвига грунта, γ_x , γ_z , γ_y — объёмный собственный вес грунта, где $\gamma_x = \gamma_y = 0$; $\gamma_z = (1 - n)\rho_s g + n\rho_w S_w g + n\rho_a(1 - S_w)g$.

Шао (2011) предполагается, что деформация и прочность грунта определяются не общим напряжением, а напряжением скелета грунта. Шао (2011) провел анализ напряжений скелета грунта на примере незамерзшей насыщенной грунта и установили, что сила воздействия поровой воды на скелет грунта разделяется на две составляющие: силу, создаваемую давлением поровой воды и действующую перпендикулярно поверхности скелета грунта, и «фильтрационную силу» (см. рис. 2.1.3), обусловленную движением поровой воды и вызывающую смещение частиц грунта (неперпендикулярную поверхности скелета).

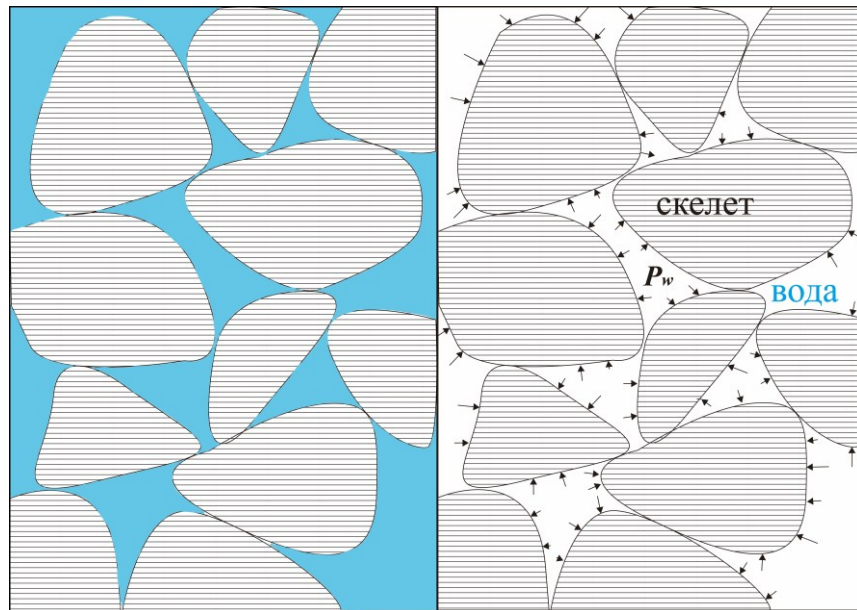
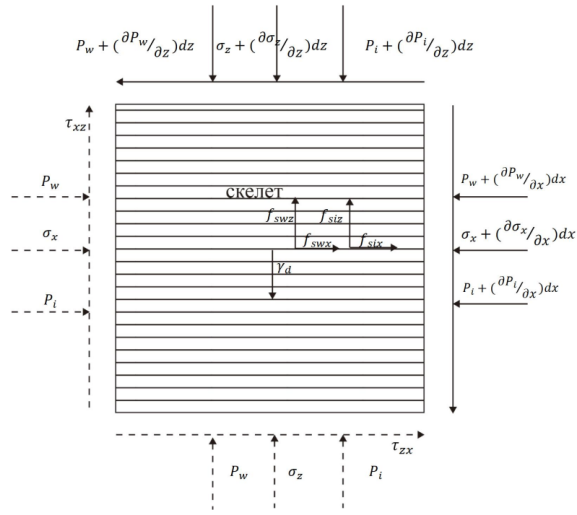


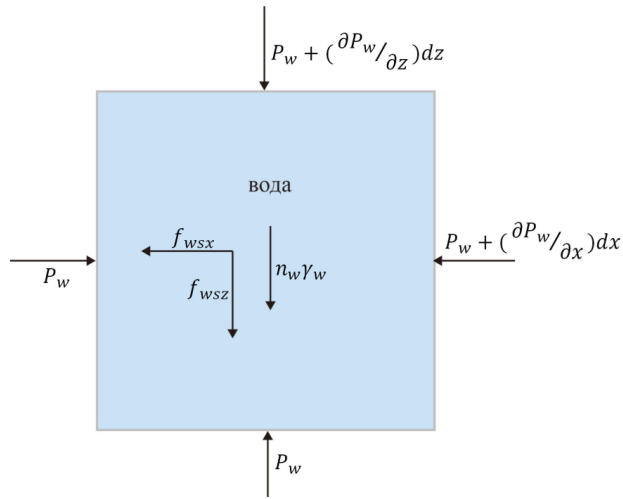
Рис. 2.1.3. Схематическое изображение силы воздействия поровой жидкости на скелет грунта
(Shao et al., 2014)

При анализе эффективных напряжений путем выделения скелета грунта предполагается, что «фильтрационная сила» не влияет на эффективные напряжения. Шао и Го (2014), рассматривая скелет грунта и поровую воду как независимые объекты анализа, отметили, что эффективное напряжение— это общее напряжение скелета грунта, создаваемое всеми внешними силами за исключением давления текущей жидкости. Физический смысл эффективного напряжения заключается в том, что оно отражает реальную внутреннюю силу, действующую на скелет.

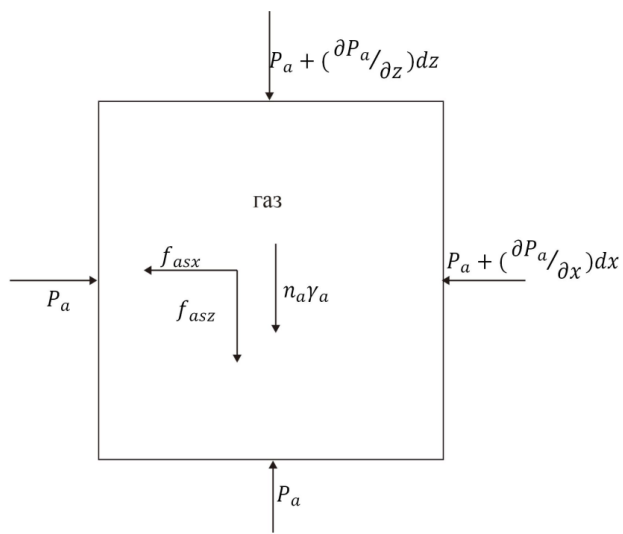
Поэтому анализ напряжений в ненасыщенных немерзлых грунтах требует независимого рассмотрения каждой фазы: скелета грунта, поровой воды и порового газа. Для наглядности представлена диаграмма напряжений, на которой показаны отдельные тела: скелет грунта, поровый газ и поровая вода. На диаграмме уточнены диапазоны действия напряжений скелета, давления порового газа и давления поровой воды. На рис. 2.1.4 показаны условия независимого напряженно-равновесного состояния каждой фазы ненасыщенного немерзлого грунта после его отделения от грунтовой массы. На основе этих условий получены дифференциальные уравнения равновесия для скелета грунта, поровой воды и порового газа.



(а) скелет грунта



(б) поровая вода грунта



(с) поровый газ грунта

Рис. 2.1.4. Анализ напряжений скелета, поровой воды, порового газа в ненасыщенной грунта

Здесь P_a и P_w — давления порового газа и поровой воды соответственно; σ_x , σ_z , τ_{xz} , τ_{zx} — нормальное напряжение и напряжение сдвига скелета грунта соответственно; f_{sax} , f_{saz} , f_{sax}^* , f_{saz}^* — сила и сила реакции скелета грунта на оси x и оси z . Аналогично, существуют силы и силы реакции f_{swx} , f_{swz} , f_{swx}^* , f_{swz}^* между скелетом и поровой водой. Наконец, γ_s , γ_a , γ_w — это объёмный вес скелета, газа и воды соответственно. И $nS_w = \theta_w$, $n(1 - S_w) = \theta_a$.

Чжао и Лю (2016) предполагают, что дифференциальное уравнение равновесия напряжений скелета грунта можно выразить как:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \frac{1-n}{n} \frac{\partial(\theta_w P_w)}{\partial x} + \frac{1-n}{n} \frac{\partial(\theta_a P_a)}{\partial x} - f_{sax} - f_{swx} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{1-n}{n} \frac{\partial(\theta_w P_w)}{\partial z} + \frac{1-n}{n} \frac{\partial(\theta_a P_a)}{\partial z} - f_{saz} - f_{swz} + \gamma_d = 0 \end{cases} \quad 2.1.3$$

Уравнение равновесия давления поровой воды:

$$\begin{cases} \frac{\partial(\theta_w P_w)}{\partial x} + f_{swx} = 0 \\ \frac{\partial(\theta_w P_w)}{\partial z} + f_{swz} + \theta_w \gamma_w = 0 \end{cases} \quad 2.1.4$$

Уравнение баланса давления поровых газов:

$$\begin{cases} \frac{\partial(\theta_a P_a)}{\partial x} + f_{sax} = 0 \\ \frac{\partial(\theta_a P_a)}{\partial z} + f_{saz} + \theta_a \gamma_a = 0 \end{cases} \quad 2.1.5$$

Сложив формулы 2.1.3, 2.1.4 и 2.1.5 и исключив силу взаимодействия между каждой фазой, получим равновесное дифференциальное уравнение напряженно-деформированного состояния грунта:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \frac{1}{n} \frac{\partial(\theta_w P_w)}{\partial x} + \frac{1}{n} \frac{\partial(\theta_a P_a)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{1}{n} \frac{\partial(\theta_w P_w)}{\partial z} + \frac{1}{n} \frac{\partial(\theta_a P_a)}{\partial z} + \gamma_d = 0 \end{cases} \quad 2.1.6$$

Можно заменить θ_w/n в формуле 2.1.6 на водонасыщенность S_w , чтобы $\theta_a/n = 1 - S_w$, и распространить формулу 2.1.6 на трехмерное пространство. Сравнивая уравнение 2.1.6 с дифференциальным уравнением 2.1.2 общего равновесного напряжения мерзлого грунта, можно получить взаимосвязь между общим напряжением, напряжением скелета грунта, давлением поровой воды и давлением порового воздуха (Lu, 2008; Zhao, Liu et al., 2010; Lu et al., 2014):

$$\sigma^t = \sigma - S_w P_w - (1 - S_w) P_a \quad 2.1.7$$

Когда водонасыщенность равна 1, приведенная выше формула вырождается в классическую формулу для эффективного напряжения Терцаги:

$$\sigma = \sigma^t + P_w \quad 2.1.8$$

Влияние капиллярности на свойства ненасыщенных немерзлых грунтов и понятие о всасывании. Капиллярное действие является важным фактором, влияющим на механические свойства ненасыщенного немерзлого грунта (O'Neill et al., 1985), и его влияние выражается главным образом в следующих двух аспектах:

1. Капиллярные пленки в точках контакта частиц обеспечивают дополнительную силу сцепления;
2. Характеристики водопроницаемости ненасыщенного грунта изменяются за счет изменения распределения поровой воды.

Всасывание возникает в результате взаимодействия поверхности частиц грунта с водой и воздухом в порах и представляет собой уменьшение потенциальной энергии поровой воды в ненасыщенном грунте. Когда сила всасывания очень велика, это указывает только на то, что степень адсорбции жидкой фазы на твердой фазе очень велика, а не на то, что отрицательное давление поровой воды очень велико (Ning et al., 2010).

Стоит отметить, что капиллярность связана с водонасыщенностью грунта. Водонасыщенность определяет диапазон порового давления воды и порового давления воздуха; капиллярное действие определяет количество и интенсивность сил между частицами и распределение поровой воды, поэтому трудно полностью описать явление капиллярного действия в ненасыщенном грунте, используя только понятие всасывания (Ning, William, 2010).

Галлиполи и др. (2003) указали на необходимость введения в модель влагопереноса параметра, связанного с диапазоном всасывания, такого как водонасыщенность. Он предложил ввести в модель дополнительную переменную ξ как меру силы межчастичного сцепления, создаваемой мениском, чтобы более точно описать фактор капиллярного действия. Величина силы связи между частицами обусловлена главным образом следующими двумя факторами:

- 1) концентрацией капиллярных менисков в грунте на единицу объема скелета грунта;
- 2) нормальной силой, действующей на мембрану капиллярных менисков в точке контакта частицы.

Поэтому переменная определяется как произведение газонасыщенности $(1 - S_w)$ и функции всасывания $f(\Psi_m)$, которое равно $\xi = (1 - S_w) f(\Psi_m)$. Величина $(1 - S_w)$ отражает количество активных пластин в единице объема твердого тела (Gallipoli, 2003).

Общее всасывание обычно делится на две части: всасывание матрицы и всасывание растворенного вещества (Baker et al., 2009). В обычных грунтах содержание солей очень низкое, всасыванием растворенных веществ можно пренебречь, поэтому обычно учитывается только эффект всасывания матрицы. Генс (2010) указывал, что матричное всасывание можно условно разделить на две части: капиллярную и адсорбционную (adsorption). Какая часть играет основную роль, зависит от водонасыщенности и типа грунта.

Обсуждение переменных напряженного ненасыщенного грунта. Для описания механических свойств ненасыщенного немерзлого грунта были предложены различные формы переменных напряжения. Чтобы учесть капиллярное действие в ненасыщенном немерзлом грунте, Бишоп (1959) предложил формулу эффективного напряжения с одной переменной, которая добавляет всасывание $\Psi_m (\Psi_m = P_a - P_w)$ в качестве дополнительной переменной к ненасыщенному немерзлому грунту в эффективном напряжении:

$$\sigma_{ij}^s = (\sigma_{ij} - P_a \delta_{ij}) + X \Psi_m \delta_{ij} \quad 2.1.9$$

Здесь X — параметр эффективного напряжения, который является функцией степени насыщения S_w от 0 (сухой грунт) до 1 (водонасыщенный грунт). Когда X равно 1, уравнение 2.1.10 вырождается в обычную формулу эффективного напряжения насыщенного грунта.

Айчисон (1956), Дженнингс (1961), Бишоп и Блайт (1963), Бишоп (1959), Блайт (1965) также дают аналогичные формулы эффективного напряжения для ненасыщенного немерзлого грунта. Разница между формулой эффективного напряжения ненасыщенного грунта, приведенной в уравнении 2.1.10, и формулой эффективного напряжения насыщенного грунта Терцаги заключается в том, что: 1) добавляется переменная матричного всасывания Ψ_m ; 2) параметр эффективного напряжения X , X может быть выражен как функция степени насыщения S . Однако однопараметрическая формула эффективного напряжения Бишоп представляет собой макроскопическую и эмпирическую формулу, и ее физический механизм не ясен.

Дженнингс и Берланд (1962) подвергли сомнению переменную Бишопа об эффективном напряжении и полагали, что она не может объяснить явление разрушения (collapse phenomenon) ненасыщенного грунта во время процесса увлажнения. Дженнингс и Берланд провели серию испытаний на консолидацию ненасыщенных грунтов и заметили, что образцы разрушались при уменьшении всасывания. Однако расчеты, основанные на формуле эффективного напряжения Бишопа, дали результаты, которые противоречили экспериментальным результатам (более поздние исследования подтвердили, что разрушение образца грунта было вызвано пластической деформацией, такой как проскальзывание между частицами грунта). Кроме того, Халили и Хаббаз (1998) экспериментально показали, что связь между параметром Бишопа X и водонасыщенностью не является уникальной.

Чтобы преодолеть недостатки приведенной выше формулы эффективного напряжения ненасыщенного грунта, Коулман (1962), Бишоп и Блайт (1965) и Блайт (1967) предложили использовать две независимые переменные напряжения, а именно чистое напряжение и матричное всасывание для описания деформации и прочности ненасыщенных грунтов.

Фредлунд и др. (2015) проверили правильность использования этих двух независимых переменных для описания прочности и деформации ненасыщенных грунтов с помощью экспериментов. С тех пор теория двух независимых переменных напряжений (т.е. считается, что деформация и прочность ненасыщенных грунтов могут быть определены с помощью двух независимых переменных напряжений) быстро развивалась и стала основным направлением в изучении ненасыщенных грунтов.

Таким образом, формула эффективного напряжения для ненасыщенного немерзлого грунта (2.1.8) включает только водонасыщение и напряжение в каждой фазе. Формула проста и имеет ясный физический смысл. Это дает четкое направление для изучения эффективного напряжения насыщенного мерзлого грунта.

2.1.2 Анализ эффективных напряжений в насыщенных мерзлых грунтах

В предыдущем разделе был рассмотрен вывод среднего напряжения в скелете ненасыщенного незамерзшего грунта и проведено обсуждение принципа эффективных напряжений для такого грунта. Мерзлый грунт, являясь разновидностью ненасыщенного грунта,

демонстрирует определенное сходство в определении среднего напряжения скелета с ненасыщенным незамерзшим грунтом. В данном разделе принцип эффективных напряжений для ненасыщенного незамерзшего грунта напрямую преобразуется для насыщенного мерзлого грунта, а также проводится анализ аналогий и различий между ненасыщенным незамерзшим и насыщенным мерзлым грунтом.

Как показано на рисунке 2.1.5., при условии, что объем REV равен $V = dx dy dz$, площадь каждого сечения равна $A = dx dy = dy dz = dz dx$, пористость ненасыщенного немерзлого грунта равна n .

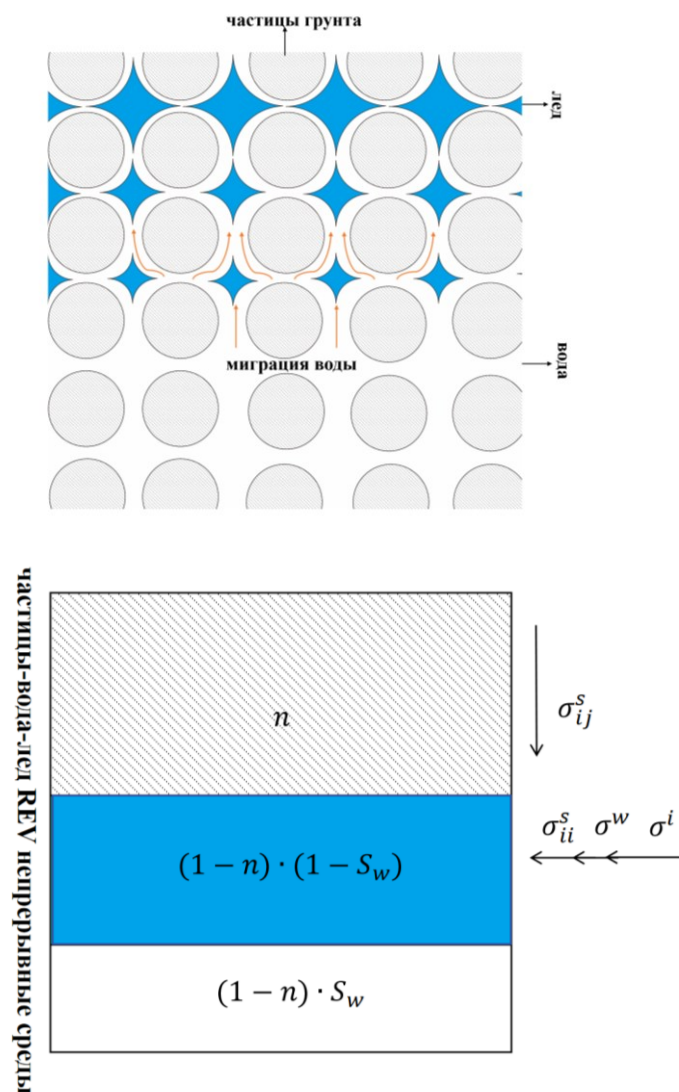


Рис. 2.1.5. Анализ напряжения REV в насыщенных мерзлых грунтах

При этом насыщенность равна S , а объем скелета грунта равен $V(1 - n)$, объем поровой воды равен VnS , а объем порового льда - $Vn(1 - s)$. Плотности частиц грунта, поровой воды и порового льда обозначаются цифрами ρ_s , ρ_w и ρ_i соответственно. Когда температура ниже

начальной температуры замерзания поровой воды в насыщенной грунте, поровая вода частично превращается в лед. Насыщенный мерзлый грунт представляет собой смесь твердых частиц, незамерзшей воды и порового льда. Полагая, что пористость насыщенного (воздуха нет) мерзлого грунта равна n , а насыщенность незамерзшей водой равна S_w , объемную долю θ_a каждой фазы можно выразить как: $\theta_s = 1 - n$, $\theta_w = nS_w$, $\theta_i = n(1 - S_w)$.

Таким образом, для насыщенного мерзлого грунта сделаны следующие предположения: 1) насыщенный мерзлый грунт является однородным и изотропным; 2) он не имеет сдвиговой прочности; 3) физические и химические силы, а также размер частиц в грунте не учитываются; 4) учитывается только взаимодействие и механический баланс между напряжениями различных фаз.

Тогда сила тяжести скелета грунта, воды и льда в единице объема может быть выражена как: $(1 - n)\rho_s g$, $n\rho_w S_w g$, $n\rho_i(1 - S_w)g$. Здесь P_w , P_i - собственные напряжения каждой фазы (воды и льда) на поверхности сечения; A_s , A_w , A_i - площадь вертикальной поверхности сечения.

Аналогично, на основе механики сплошной среды, в мерзлом грунте берется элемент объема (REV), а насыщенный мерзлый грунт аппроксимируется сплошной средой с тремя равномерно распределенными фазами. Предлагается использовать t, P_w, P_i для представления тензора внутреннего напряжения, внутреннего порового давления воды и внутреннего порового давления льда твердой матрицы соответственно. Кроме того, используется $\sigma^s, \sigma^w, \sigma^i$ для представления внешнего тензора напряжений каждой фазы; тогда тензор внешних напряжений можно выразить через внутренние напряжения:

$$\sigma^s = (1 - n)t; \quad \sigma^w = nS_w P_w I; \quad \sigma^i = n(1 - S_w)P_i \quad 2.1.10$$

t, I – тензор напряжения, δ_{kj} -символ Кронекера

Выполнив анализ механического равновесия для каждой фазы в эквивалентной непрерывной среде и добавив уравнения механического равновесия трех фаз, можно получить уравнение механического равновесия насыщенного мерзлого грунта:

$$(1 - n)t_{k,j,j} + (1 - n)\rho_s g_k + f_k^{sw} + f_k^{si} = 0 \quad 2.1.11$$

$$nS_w P_{w,k} + nS_w \rho_w g_k + f_k^{ws} + f_k^{wi} = 0 \quad 2.1.12$$

$$n(1 - S_w)P_{i,k} + n(1 - S_w)\rho_i g_k + f_k^{is} + f_k^{iw} = 0 \quad 2.1.13$$

Выражение 2.1.11 описывает эффективное напряжение скелета грунта. Здесь: $t_{kj,j}$ — внутреннее напряжение между частицами грунта; f_k^{sw} — внешнее усилие от воды на частицы грунта; f_k^{si} — внешнее усилие от льда на частицы грунта; $\rho_s g_k$ — собственный вес скелета. ($k \neq j; k, j = x, y, z$).

$$\text{Здесь: } f_k^{sw} + f_k^{ws} = 0; f_k^{si} + f_k^{is} = 0; f_k^{wi} + f_k^{iw} = 0$$

Объединив приведенные выше три формулы и упростив их, можно получить:

$$(1 - n)t_{kj,j} + nS_w P_{w,k} + n(1 - S_w)P_{i,k} + \rho g_k = 0 \quad 2.1.14$$

Где ρ — общая плотность грунта, а формула ее расчета имеет следующий вид:

$$\rho = (1 - n)\rho_s + nS_w \rho_w + n(1 - S_w)\rho_i \quad 2.1.15$$

Пусть σ_{ij} представляет собой общее напряжение ненасыщенного грунта, которое основано на механике сплошной среды и игнорирует внутренние эффекты. Общая формула баланса ненасыщенного грунта может быть представлена как:

$$\sigma_{kj,j} + \rho g_k = 0 \quad 2.1.16$$

Объединив приведенные выше две формулы 2.1.15 и 2.1.16, получим:

$$\sigma_{kj} = t_{kj} + nS_w P_{w,k} \delta_{kj} + n(1 - S_w)P_{i,k} \delta_{kj} \quad 2.1.17$$

П р и этом его одномерный случай принимает следующий вид:

$$\sigma = \sigma' + nS_w P_w + n(1 - S_w)P_i$$

Где σ — полное напряжение; σ' — эффективное напряжение; p_w — поровое давление воды; P_i — поровое давление льда; S_w — насыщенность порового пространства; n — пористость.

Таким образом, отсюда следует, что полное напряжение насыщенного мерзлого грунта равно сумме внешних напряжений трех фаз.

Сходство между ненасыщенными незамерзающими и насыщенными мерзлыми грунтами. По мнению Блэка [1989], когда газовая фаза в незамерзшем грунте переходит в ледяную фазу, соответствующее физическое поведение мёрзлого грунта становится схожим с поведением ненасыщенного незамерзшего грунта [Black et al., 1989; Spaans et al., 1996; Koopmans et al., 1966]. Данная аналогия между мёрзлыми и незамерзшими грунтами будет подробно рассмотрена в следующей главе. Это сходство между мёрзлыми и тальными грунтами будет подробно рассмотрено в следующей главе. Впоследствии Азматч и др. (2012) использовали эту аналогию для оценки температурных условий появления ледяных линз в мерзлом грунте и

коэффициента гидравлической проницаемости мерзлого грунта, что продемонстрировало эффективность этой аналогии.

Как ненасыщенный немерзлый грунт, так и насыщенный мерзлый грунт представляют собой грунты с водонасыщенностью менее 1. Поры ненасыщенного немерзлого грунта содержат две фазы - воды и газа, а поры насыщенного мерзлого грунта содержат две фазы - воды и льда. Именно поэтому у них можно ожидать сходства в свойствах. Бесков (1947) впервые предположил, что процесс миграции незамерзшей воды к фронту промерзания в насыщенных промерзающих грунтах аналогичен процессу миграции воды к фронту испарения при высыхании грунта в ненасыщенном немерзлом грунте.

Для грунтов, где преобладает капиллярное действие, разность давлений между поровым газом и поровой водой в ненасыщенных немерзлых грунтах может быть выражена уравнением Юнга-Лапласа (Ning et al., 2012):

$$P_a - P_{wu} = 2 \frac{\gamma_{aw}}{r_{aw}} \quad 2.1.18$$

где γ_{aw} – удельная энергия границы раздела вода-воздух; r_{aw} – радиус границы раздела вода-воздух; P_{wu} – поровое давление воды в немерзлом грунте; P_a – давление порового газа.

Аналогично, разница давлений между незамерзшей поровой водой и поровым льдом в насыщенном мерзлом грунте также может быть выражена уравнением Юнга-Лапласа как:

$$P_i - P_{wf} = 2 \frac{\gamma_{iw}}{r_{iw}} \quad 2.1.19$$

где r_{iw} – радиус границы раздела вода-лед; P_{wf} – давление незамерзшей воды в насыщенном мерзлом грунте. Когда радиусы границы раздела вода-лед и граница раздела вода-пар равны, можно получить следующее соотношение:

$$\frac{P_a - P_{wf}}{P_i - P_{wu}} = \frac{\gamma_{aw}}{\gamma_{iw}} \quad 2.1.20$$

Купманс и Миллер (1966) экспериментально подтвердили, что $\frac{\gamma_{aw}}{\gamma_{iw}}$ равно 2,2.

Для ненасыщенного немерзлого грунта для динамики влаги важен также эффект адсорбции, а для насыщенного мерзлого грунта - эффект замерзания адсорбированной воды. На геометрические свойства водной пленки поровый воздух и поровый лед практически не влияют, поэтому можно считать, вероятно, что:

$$P_i - P_{wf} = P_a - P_{wu} \quad 2.1.21$$

Объединив уравнение 2.1.20 с уравнением 2.1.21, можно получить соотношение между давлением поровой воды ненасыщенного мерзлого грунта и насыщенного мерзлого грунта.

$$P_i - P_{wf} = m(P_a - P_{wu}) \quad 2.1.22$$

Когда основную роль играет адсорбция, $m = 1$; когда основную роль играет капиллярное действие, $m = 1/(2.2)$. Кириллук (2012) предполагает, что поровое давление воздуха и поровое давление льда равны атмосферному давлению (Kurylyk et al., 2012), поэтому:

$$mP_{wu} = P_{wf} \quad 2.1.23$$

Ремпель (2010) рассматривал процесс высыхания и процесс замерзания насыщенного грунта и полагал, что различие физических свойств газовой фазы и льда является причиной различных движущих сил миграции воды в процессе высыхания и процессе замерзания. Для ненасыщенного немерзлого грунта, поскольку вязкость газовой фазы значительно меньше вязкости жидкой фазы, давление газовой фазы можно считать равномерным. Следовательно, изменения произведения межфазного натяжения вода-газ и кривизны границы раздела будут вызывать только изменения величины порового давления воды. В результате образуется гидравлический напор, который приводит в движение поток поровой воды. Для процесса промерзания насыщенного грунта лед заменяет воздух в немерзлом грунте, но вязкость льда значительно превышает вязкость жидкой фазы. Поэтому нет оснований предполагать, что давление льда, несмотря на его свойство текучести, является равномерным по объему. Следовательно, изменения в произведении энергии границы раздела вода-лед и кривизны границы раздела вызывают изменения в разности порового давления воды и льда, а изменения порового давления воды или давления порового льда сами по себе не могут быть определены. Поэтому нецелесообразно прямо применять аналогию процесса миграции воды в ненасыщенном немерзлом грунте к насыщенному мерзлому (промерзающему) грунту. Таким образом, непосредственное использование закона Дарси для массопереноса в промерзающих грунтах не вполне некорректно, и необходимы соответствующие поправки.

2.2. Уравнение Клапейрона-Клаузиуса

При соответствующих термодинамических и механических условиях различные фазы вещества могут сосуществовать в равновесии в поровом пространстве. В частности, одним из

условий равновесия является выполнение уравнения Клапейрона-Клаузиуса, вытекающего из требования равенства химических потенциалов воды и льда при их сосуществовании. В этом уравнении равновесия взаимосвязь между давлением льда, давлением воды и температурой применима к мерзлому грунту. Исходное уравнение Клапейрона-Клаузиуса предполагало, что давления льда и воды равны (Atkins et al., 2006).

Хадсон (1906) изучал взаимосвязь между давлением воды, давлением льда и точкой замерзания в различных случаях и обнаружил, что изменение давления воды может отличаться от изменения давления льда. Эдлефсен и Андерсон обобщили работу Хадсон, чтобы оценить свободную энергию поровой воды в равновесии с поровым льдом в грунте (Edlefsen et al., 1943). Лох представил обобщенное уравнение Клапейрона-Клаузиуса, которое связывает давление поровой воды, давление порового льда и температуру (Loch, 1978). Блэк вывел дифференциальную форму обобщенного уравнения Клапейрона-Клаузиуса, представленного Лох (Black et al., 1989).

Обобщенное уравнение Клапейрона-Клаузиуса позднее использовалось для моделирования пучения при замерзании и оценки образования ледяных линз в грунтах (Sheng et al., 1995). Также использовалось обобщенное уравнение Клапейрона-Клаузиуса для изучения характеристик удержания воды мерзлым грунтом и моделирования переноса воды и тепла в мерзлых грунтах (Sraans et al., 1996; Hansson et al., 2004; Watanabe et al., 2008; Dall'Amico et al., 2011; Liu et al. 2011; Painter et al., 2014; Горелик, 2001). Хотя уравнение Клапейрона-Клаузиуса широко использовалось, гидрологическое и механическое значение давления воды в этом уравнении еще предстоит изучить. Его применение и ограничения до сих пор неясны, поэтому необходимо провести соответствующий анализ его различных вариаций.

2.2.1. Обсуждение применимости обобщенного уравнения Клапейрона-Клаузиуса.

С увеличением сложности моделей, связанных с морозным пучением грунтов, исследования динамики переноса тепла и воды в регионах мерзлых грунтов быстро развиваются. Модели переноса воды и тепла должны быть способны удовлетворять условиям термодинамического равновесия во время фазовых переходов. Равновесное соотношение между температурой и давлением в мерзлых грунтах задается уравнением Клапейрона, которое часто

называют также «уравнением Клапейрона-Клаузиуса» или «уравнением температуры замерзания» или «уравнением равновесия для фазового перехода льда и воды». Уравнение имеет много различных форм. Первоначальная форма уравнения Клапейрона, полученная из формулы свободной энергии Гиббса (Everett, 1959), может быть обобщена для нескольких фаз, если сначала записать соотношение Гиббса-Дюгема для каждой фазы, а затем объединить полученные члены. Этот вывод показан далее в этом разделе. Когда система находится в равновесии, свободные энергии Гиббса водной фазы и ледяной фазы равны, т.е.:

$$G_w(T, P_w) = G_i(T, P_i) \quad 2.2.1$$

Для чистых веществ свободная энергия Гиббса определенной фазы на единицу массы является ее химическим потенциалом. Следовательно, мерзлый грунт удовлетворяет условиям теплового равновесия системы в каждый момент процесса замерзания. То есть химические потенциалы водной фазы и ледяной фазы равны в каждый момент при равновесии. Тогда:

$$G_w(T + dT, P_w + dP_w) = G_i(T + dT, P_i + dP_i) \quad 2.2.2$$

Сравнивая формулу 2.2.1 с формулой 2.2.2, получаем:

$$dG_w(T, P_w) = dG_i(T, P_i + dP_i) \quad 2.2.3$$

Полное дифференциальное разложение вышеуказанной функции состояния:

$$\left(\frac{\partial G_w}{\partial T}\right)_{P_w} dT + \left(\frac{\partial G_w}{\partial P_w}\right)_T dP_w = \left(\frac{\partial G_i}{\partial T}\right)_{P_i} dT + \left(\frac{\partial G_i}{\partial P_i}\right)_T dP_i \quad 2.2.4$$

Из основного уравнения термодинамики мы знаем:

$$\frac{\partial G_a}{\partial T} = -\eta_a; \frac{\partial G_a}{\partial P_a} = \frac{1}{\rho_a} \quad 2.2.5$$

Здесь a относится к разным фазам: воде или льду. Объединив 2.2.4 с формулой 2.2.5, можно получить:

$$\frac{1}{\rho_w} dP_w - \frac{1}{\rho_i} dP_i = (\eta_w - \eta_i) dT \quad 2.2.6$$

В то же время, когда фазы сбалансированы:

$$G_w - G_i = (H_w - H_i) - T(\eta_w - \eta_i) = 0 \quad 2.2.7$$

Следовательно, формулу 2.2.6 можно записать в следующем виде:

$$\frac{1}{\rho_w} dP_w - \frac{1}{\rho_i} dP_i = \frac{H_w - H_i}{T} dT \quad 2.2.8$$

Когда температура существенно не изменяется, энтальпию каждой фазы можно считать постоянной. Пренебрегая деформацией воды и льда, интегрируя обе стороны по отдельности, можно получить:

$$\frac{1}{\rho_w} P_w - \frac{1}{\rho_i} P_i = L_{wi} \ln \frac{T}{T_0} \quad 2.2.9$$

где P_w - давление поровой воды; P_i - давление льда; T - температура в градусах Цельсия; T_0 - температура точки замерзания воды в градусах Кельвина; L_{wi} - скрытая теплота плавления воды (333.6 Дж/г); ρ_w - плотность воды; ρ_i - плотность льда.

Формулы 2.2.8 и 2.2.9 представляют собой дифференциальную и интегральную формы уравнения Клапейрона соответственно. Кей (1974) и Груневельт (1974) подробно описывают процесс:

$$\frac{1}{\rho_w} \frac{dP_w}{dT} - \frac{1}{\rho_i} \frac{dP_i}{dT} = \frac{H_f}{T + 273.5} \quad 2.2.10$$

где T — равновесная температура замерзания ($^{\circ}\text{C}$), H_f — скрытая теплота плавления (333,6 Дж/г), P_w и P_i — равновесные давления в частично замороженном грунте для жидкой фазы воды и льда соответственно (разности давлений относительно атмосферного), а ρ_w и ρ_i — плотности воды и льда соответственно.

Лох (1978) вывел другую форму общего уравнения Клапейрона для мерзлых грунтов на основе основных принципов термодинамического равновесия, сначала проинтегрировав выражение Гиббса-Дуэнде для каждой фазы, а затем включив следующие члены:

$$\frac{P_w}{\rho_w} - \frac{P_i}{\rho_i} = \frac{H_f}{273.5} T \quad 2.2.11$$

Эти модели обычно не принимают в расчет давление в ледяной фазе. Поэтому уравнение Клапейрона представлено в более упрощенной форме по сравнению с уравнениями 2.2.10 и 2.2.11, согласно предыдущим теоретическим и экспериментальным исследованиям замерзания грунта. В частности, Шофилд (1935) показал, что температура замерзания в состоянии равновесия зависит от матричного потенциала, что связано с его зависимостью от свободной энергии. Исходное уравнение, предложенное Шофилд (1935), можно переформулировать с небольшими изменениями, чтобы описать изменение равновесного давления воды в замерзающем грунте dP_w при изменении температуры dT :

$$\frac{dP_w}{dT} = \frac{H_f \rho_w}{T + 273.5} \quad 2.2.12$$

Уравнение 2.2.12 представляет собой равновесную систему жидкой воды и твердого льда, предполагая, что плотность и давление льда остаются постоянными. Обычно температурный член в знаменателе опускается для упрощения выражения. Это упрощение имеет тем меньший эффект, чем ближе к 0°C температура.

$$\frac{dP_w}{dT} \approx \frac{H_f \rho_w}{273.5} \quad 2.2.13$$

Уравнения 2.2.12 и 2.2.13 показывают, что давление поровой воды и равновесная температура замерзания находятся в состоянии равновесия. По мере понижения температуры содержание незамерзшей воды в мерзлой области уменьшается, а насыщенность поровым льдом увеличивается. Чем ниже насыщение поровой водой, тем больше отрицательное значение давления поровой воды, вызывающее поток поровой воды. Этот процесс называют также «накачкой при замораживании» (Schofield, 1935).

Часто уравнение Клапейрона выражается без дифференциалов (Taber, 1930; Watanabe, 2008). Эту форму можно получить из уравнения 2.2.12, переставив его так, чтобы выделить дифференциал давления, и проинтегрировав по T и P_w :

$$P_w = H_f \rho_w \ln \left(\frac{T + 273.15}{273.15} \right) \quad 2.2.14$$

Следует подчеркнуть, что уравнение 3.2.14 предполагает, что плотность воды не изменяется с температурой. Эта гипотеза обычно используется для упрощения выражения, применяя первый член разложения Тейлора экспоненциальной функции (Watanabe et al., 2011):

$$\exp(x) \approx 1 + x; x \approx \ln(1 + x) \quad 2.2.15$$

Если x взять как $T/273,15$, уравнение 2.2.14 упрощается до следующего вида:

$$P_w \approx H_f \rho_w \frac{T}{273.15} \quad 2.2.16$$

Уравнение 2.2.16 эквивалентно уравнению 3.2.14 для первого члена в разложении Тейлора, что подразумевает небольшие изменения около $T=0$ °C. Можно показать, что уравнение (2.2.16) по сути идентично форме, приведенной в уравнении (2.2.13), но с давлением и температурой, выраженными без дифференциалов. Все формулы применимы для небольших низких температур (не ниже -10 градусов). Значения давления, полученные при одной и той же температуре, практически равны.

Сэттерсдаль (1981) представил уравнения (2.2.17) и (2.2.18) как альтернативные формы уравнения Клапейрона:

$$\frac{dP_w}{dT} = \frac{dP_i}{dT} = \frac{H_f}{(T + 273.5) \cdot (\rho_w^{-1} - \rho_i^{-1})} \quad 2.2.17$$

$$\frac{dP_i}{dT} = \frac{H_f \rho_i}{(T + 273.5)} \quad 2.2.18$$

Согласно Сэттерсдаль (1981), уравнение (2.2.17) справедливо, когда изменение давления в ледяной фазе передается жидкой водной фазе и наоборот. Уравнение (2.2.18) справедливо, когда давление поровой воды постоянно, а давление в ледяной фазе изменяется. Приведенный вывод общей формы уравнения Клапейрона, а также других его простых вариаций предполагает условие термодинамического равновесия, при котором химические потенциалы двух фаз равны. Далее будет представлена другая форма уравнения Клапейрона, основанная на представлении о водяной пленке на границе раздела твердое тело-жидкость.

Свободная вода в порах грунта не является чистой водой, а содержит растворенные вещества. В то же время образование льда в процессе замерзания будет отталкивать растворенные вещества (Zhang, 2007). Здесь предполагается, что влияние растворенного вещества на химическую потенциальную энергию льда незначительно. Следовательно, химическую потенциальную энергию воды и льда можно выразить как:

$$\mu_{pw} = \mu_{w0} - s_w(T_w - T_0) + v_w(P_w - P_0) + RT_w \ln a_w \quad 2.2.19$$

$$\mu_i = \mu_{i0} - s_i(T_i - T_0) + v_i(P_i - P_0) \quad 2.2.20$$

Здесь μ_{pw} представляет собой химическую потенциальную энергию гравитационной воды при температуре T_0 и давлении P_0 ; s_w и v_w представляют собой удельную энтропию и удельный объем воды соответственно; T_w и P_w представляют собой температуру и давление воды в текущем состоянии соответственно; R — универсальная газовая постоянная; a_w — активность воды; μ_{i0} представляет собой химическую потенциальную энергию при температуре T_0 и давлении P_0 ; T_i и P_i соответственно представляют температуру и давление, которому подвергается лед при текущей температуре; s_i и v_i представляют удельную энтропию и удельный объем льда соответственно.

Из-за физико-химических свойств на поверхности частиц грунта образуется слой незамерзшей водной пленки (Konrad et al., 1990). Гилпин (1979) провел термодинамический анализ адсорбированной пленки воды на поверхности твердого тела и жидкости и пришел к

выводу, что частицы грунта обладают притяжением к пленке жидкой воды на ее поверхности (электростатическая сила, сила Ван дер Ваальса и структурная сила).

Притяжение на поверхности частиц приводит к уменьшению свободной энергии пленки воды на поверхности частиц грунта, как показано на рисунке 2.2.1. Теория тонких пленок фазовой границы Гилпина игнорирует присутствие растворенных веществ в воде. После рассмотрения влияния растворенного вещества и адсорбции частиц грунта можно получить химическую потенциальную энергию адсорбированной пленки воды в мерзлой грунте:

$$\mu_{wf} = \mu_{w0} - s_w(T_{wf} - T_0) + v_w(P_{wf} - P_0) + RT_w \ln a_w - w(y) \quad 2.2.21$$

В формуле: T_{wf} и P_{wf} представляют температуру и давление на пленку незамерзшей воды; S представляет влияние частиц на химическую потенциальную энергию пленки незамерзшей воды, которое обратно пропорциональна расстоянию от поверхности частиц грунта.

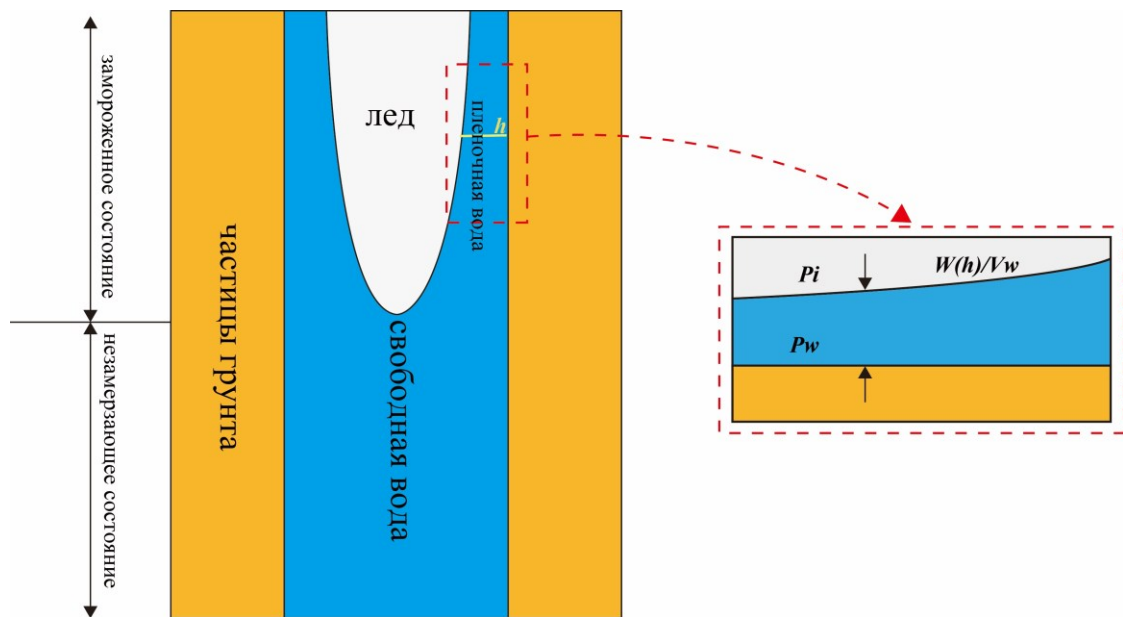


Рис. 2.2.1. Схема незамерзшей пленки воды и анализ сил вблизи твердой подложки (Gilpin, 1979)

В области немерзлых грунтов в порах грунта существует свободная вода и адсорбированная вода. Химическая потенциальная энергия свободной и адсорбированной пленки воды на стыке равна, т.е. $\mu_{pw} = \mu_{wf}$. Поскольку толщина водяной пленки очень маленькая, градиентом температуры на ней можно пренебречь, т.е. $T_w = T_{wf}$. Таким образом, уравнения 2.2.19 и 2.2.21 можно связать:

$$v_w(P_{wf} - P_0) - v_w(P_w - P_0) = w(y) \quad 2.2.22$$

В области промерзания свободная фаза воды в порах превращается в лед, и вода подвергается адсорбции, что приводит к уменьшению ее свободной энергии Гиббса, в результате чего адсорбированная вода существует в жидком состоянии между частицами грунта и поровым льдом. Если адсорбция льда частицами грунта не учитывается, применяется уравнение 2.2.18. Если же если учитывается адсорбированная вода на расстоянии h от частиц грунта, то ее свободная энергия Гиббса определяется уравнением 2.2.19:

$$\begin{aligned} \mu_{w0} - s_w(T_w - T_0) + v_w(P_w - P_0) + RT_w \ln a_w \\ = \mu_{i0} - s_i(T_i - T_0) + v_i(P_i - P_0) \end{aligned} \quad 2.2.23$$

На границе раздела фаз лед-вода температура равна, т.е. $T_w = T_i$. Из условия термодинамического равновесия следует, что при одинаковых температуре и давлении обе фазы находятся в равновесии, т.е. $\mu_{w0} = \mu_{i0}$ выполняется, и в то же время на границе раздела фаз используется уравнение Юнга-Лапласа:

$$P_i - P_{wf} = \sigma_{iw} \bar{k} \quad 2.2.24$$

Перенесем уравнение 2.2.24 в уравнение 2.2.23 и $s_w - s_i = \frac{L}{T_0}$

$$w(h) = -\frac{L(T - T_0)}{T_0} + (v_w - v_i)(P_w - P_0) - v_i \sigma_{iw} \bar{k} - RT \ln a_w \quad 2.2.25$$

Здесь L - скрытая теплота фазового перехода.

Из этого уравнения можно сделать вывод, что толщина пленки незамерзшей воды h определяется температурой, давлением водной пленки, кривизной межфазной поверхности и концентрацией растворителя. Когда $a_w = 1$, поровая вода является чистой водой. Когда же концентрация растворителя увеличивается, его замораживание приводит к увеличению толщины водяной пленки в соответствии с выше приведенным уравнением.

Основываясь на теории Гилпина (1979), Чжоуян (2009), Кун (2011), Чжоу (2018) и др. предположили, что движущей силой потока жидкости на поверхности грунтовых частиц является эквивалентное давление воды. Эквивалентное поровое давление можно представить себе как сумму порового давления, вызванного фазовым превращением, и давления плёночной воды, при этом его величина зависит от расстояния до поверхности частиц (P):

$$P = P_w - \frac{w(h)}{v_w} - P_0 \quad 2.2.26$$

Подставив уравнения 2.2.23 и 2.2.22 в приведенные выше уравнения 2.2.24, получим:

$$P = \frac{v_i}{v_w} (P_i - P_0) + \frac{L(T - T_0)}{v_w T_0} - \frac{RT}{v_w} \ln a_w \quad 2.2.27$$

Эта формулировка аналогична обобщенному уравнению Клапейрона, если не учитывать эффект растворения, т.е. правый член равен нулю. Все приведенные выше основные формы уравнения Клапейрона широко использовались для расчетов давления поровой воды в промерзающих грунтах.

Наиболее часто используемым уравнением для описания зависимости давления льда и воды в пределах фронта промерзания является уравнение Клапейрона, описанное выше. Однако при образовании ледяных линз в грунтах требуется дополнительный механический анализ давления поровой воды на незамерзшие водные пленки. Цао Хун (2006) считал, что когда температура ниже температуры замерзания, поровая вода замерзает, а водная пленка вблизи частиц грунта остается жидкой из-за адсорбции частиц грунта. При дальнейшем понижении температуры водная пленка между частицами начинает замерзать, и лед превращается в подобие клина между частицами, вызывая отделение частиц грунта друг от друга (как показано на рисунке 2.2.2). Вероятно, когда поровое давление превышает сумму внешней нагрузки и прочности грунта на растяжение, образуется ледяная линза.

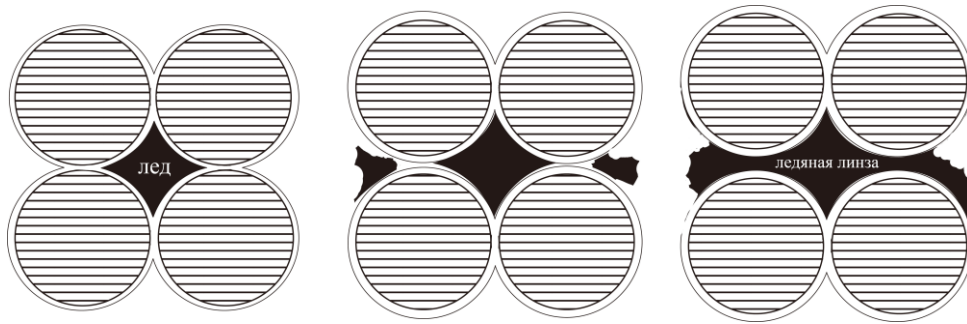


Рис. 2.2.2. Процесс роста ледяной линзы (шпира)

Поровое давление также может быть рассмотрено как взвешенная величина давления воды и давления льда (O'Neil, Miller, 1985):

$$P_p = xP_w + (1 - x)P_i \quad 2.2.28$$

Миллер считал (Miller, 1985), что $x = w_n \cdot n^{-1}$ (w_n — содержание поровой воды; n — объем пор), О'Нил и др. (1985) впоследствии полагали, что коэффициент x должен быть равен $(w_n \cdot n^{-1})^{1.5}$.

Частицы грунта находятся в непосредственном контакте друг с другом, и для того, чтобы между ними образовалась ледяная линза, частицы грунта должны быть разделены, а соединение

между частицами грунта - это связанная вода (Сао et al., 2007). Если в местах соединения частиц находится свободная вода, то эффективное напряжение в грунте равно нулю, и частицы грунта «плавают». При понижении температуры объем льда растет, связанная вода на стыке частиц замерзает, и частицы льда вклиниваются между частицами.

Чжоу Ян (2010), с другой стороны, утверждал, что давление пленки незамерзшей воды и эквивалентное давление воды — это два понятия, и что образование ледяных линз связано с тем, что величина давления пленки незамерзшей воды больше, чем внешняя нагрузка, что вызывает отделение частиц грунта; в то время как эквивалентное давление воды является тем, что приводит к миграции воды. Были предложены различные другие формы уравнения Клапейрона для замерзающих грунтов, которые различаются в зависимости от предположений относительно давления в ледяной фазе.

2.2.2. Формула эквивалентного порового давления воды, основанная на формуле эффективного напряжения

В этом параграфе обсуждаются две основные ситуации с расчетом давления поровой воды. Предлагается, в частности, что: 1) При отсутствии линз: частицы льда, окруженные поровой водой, рассматриваются как единое целое, и давление льда принимается равным поровому давлению воды; 2) При формировании линзы: скелет грунта и линза рассматриваются как единая система, где давление льда равно эффективному напряжению.

На основе анализа и обобщения различных форм уравнения Клапейрона рассмотрим два основных варианта этого уравнения, применимых к различным условиям (Чжоу Бичэн, Брушков, 2023).

$$p_{w1} = \frac{L_f \cdot T}{V_w T_0}; \quad p_{w2} = \frac{L_f}{(V_i - V_w) T_0} \cdot T \quad 2.2.29$$

где T — температура водной фазы в градусах Цельсия; T_0 — температура замерзания чистой воды в градусах Кельвина; p_w — давление воды; L_f — скрытая теплота плавления воды; V_w — удельный объем воды; V_i — удельный объем льда; p_{w1} - давление поровой воды в насыщенном мерзлом грунте, когда линзы льда не образуются; p_{w2} - давление поровой воды в насыщенном мерзлом грунте при образовании ледяных линз.

p_{w_1} - давление поровой воды в насыщенном мерзлом грунте, когда линзы льда не образуются. p_{w_2} - давление поровой воды в насыщенном мерзлом грунте при образовании ледяных линз.

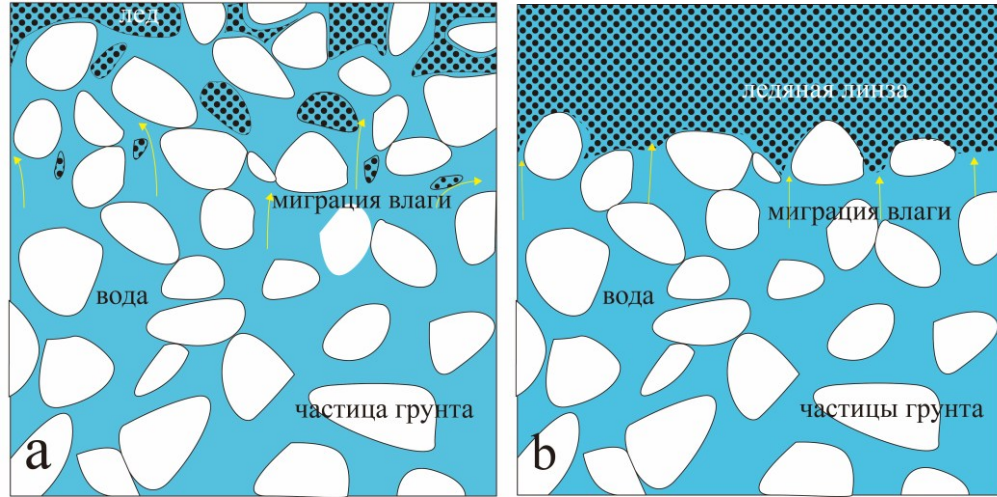


Рис. 2.2.3. Микроскопическая схема грунта (а) частица-лед-вода и (б) частица-линза-вода на границе замерзания

Если формулу эффективного напряжения насыщенного мерзлого грунта непосредственно подставить в уравнение Клапейрона, можно сделать следующий вывод (Zhou Bicheng et al., 2024):

Основная форма Клапейрона-Клаузиуса:

$$\frac{P_w}{\rho_w} - \frac{P_i}{\rho_i} = L_f \ln \frac{T + 273.15}{T_0 + 273.15} \quad 2.2.35$$

Уравнение (3.2.35) можно также переписать как:

$$P_w = \frac{\rho_w}{\rho_i} P_i + L_f \ln \frac{T + 273.15}{T_0 + 273.15} \quad 2.2.36$$

На основе механики сплошной среды общее напряжение для насыщенного мерзлого грунта выражается как:

$$\sigma = \sigma' + n s_w P_w + n(1 - s_w) P_i \quad 2.2.37$$

Нил и Миллер (1985) определяют разницу между внешней нагрузкой и эффективным напряжением как нейтральное давление, ледяная линза формируется, когда поровое давление (нейтральное давление) достигает значения внешней нагрузки):

$$P_{por} = n s_w P_w + n(1 - s_w) P_i \quad 2.2.38$$

Совместив уравнения (2.2.38) и (2.2.36), давление льда можно исключить. Уравнение (3.2.35) будет преобразовано как (Zhou Bicheng et al., 2024):

$$P_w = \begin{cases} \frac{1}{\left(\frac{1}{\rho_w} + \frac{\theta_w}{\theta_i} \frac{1}{\rho_i}\right)} L_f \ln \frac{T + 273.15}{T_0 + 273.15}, T_{sep} < T \leq T_0 \\ \frac{1}{\left(\frac{1}{\rho_w} + \frac{\theta_w}{\theta_i} \frac{1}{\rho_i}\right)} \left(L_f \ln \frac{T + 273.15}{T_0 + 273.15} + \frac{P_{por}}{\rho_i n (1 - s_w)} \right), T \leq T_{sep} \end{cases} \quad 2.2.39$$

где ρ_w и ρ_i — плотности воды и льда; θ_i — объемное содержание льда; θ_w — объемная влажность за счет незамерзшей вод; L_f — скрытая теплота плавления; T_0 — начальная температура заморзания грунта в градусах Цельсия; T — температура грунта в градусах Цельсия; T_{sep} — температура образования ледяных линз в градусах Цельсия; P_{por} — поровое давление; s_w — водонасыщение за счет незамерзшей воды; n — пористость (Zhou Bicheng et al., 2024).

Формула похожа на ту, что получила Чжоу Цзяцзо [2012], Отличие заключается в том, что наша формула представляет собой модификацию уравнения Клапейрона для насыщенных мерзлых грунтов, основанную на принципе эффективных напряжений; в то время как Чжоу Цзяцзо и его коллеги напрямую использовали эмпирическую формулу порового давления, экспериментально полученную О'Ниллом К. и Миллером Р.Д. в 1985 году, объединив её с уравнением Клапейрона [O'Neill et al., 1985].

Эта формула подходит для численного расчета порового давления воды в условиях отсутствия нагрузки при образовании ледяных линз или при промерзании без их образования. Была разработана одномерная модель промерзания грунта (процесс построения которой будет представлен в следующем разделе), и получены соответствующие температурные поля. На основе данного температурного поля было проведено сравнение результатов расчётов по упрощённой форме уравнения Клапейрона ($P_w \approx L_f \rho_w \frac{T}{273.15}$) и предложенной формулы. Как показано на рисунке 2.2.4, максимальная разница между результатами расчета по уравнению настоящего исследования (применительно к мерзлому грунту) и обобщенному уравнению Клапейрона-Клаузиса составляет около 16,6% на холодном конце (граница самой низкой температуры), тогда как на фронте промерзания разница близка к 0, т.е. чем выше температура, тем меньше разница (Zhou Bicheng et al., 2024).

Согласно известным экспериментальным исследованиям, обобщенное уравнение Клапейрона-Клаузиса дает большие значения давления, чем измеренные экспериментально при

более низких температурах (Zeng, 2015), поэтому применимость нашего уравнения может быть более широкой, однако его корректность еще нуждается в экспериментальной проверке (Zhou Bicheng et al., 2024). При этом значение порового давления воды, полученное по уравнению Клапейрона, является идеальным давлением воды, а фактическое давление воды в жидкости считается эквивалентным давлением воды. Поскольку существует множество трудностей при измерении значений давления поровой воды в низкотемпературном мерзлом грунте, например, прерывистая передача поровой воды, замерзший грунт может легко вызвать плохой контакт датчика давления и т. д. Более того, значение порового давления вблизи частиц также отличается от реальной ситуации с высокотемпературным мерзлым грунтом. Поэтому существует множество трудностей в измерении точных значений давления поровой воды в криогенно-мерзлом грунте. Также еще предстоит проверить, может ли аппеляционная формула расчета указать эквивалентное поровое давление воды.

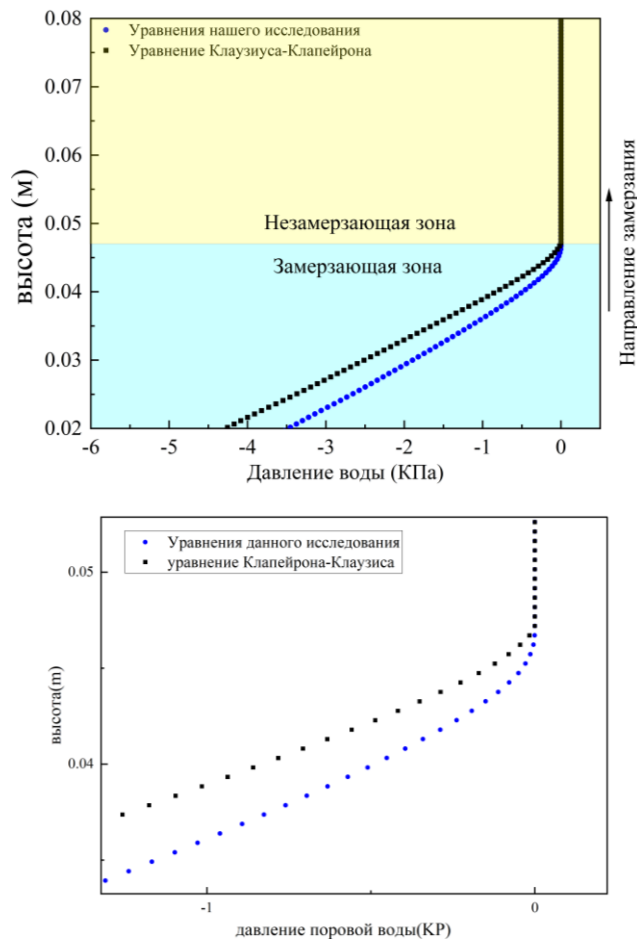


Рис. 2.2.4. Сравнение результатов расчетов порового давления воды по формуле, полученной в данной работе с обобщенным уравнением Клапейрона (Zhou Bicheng et al., 2024)

2.3. Уравнения связи вода-тепло для глин

В настоящее время существует мало экспериментальных исследований порового давления воды в мерзлом грунте, и большое количество экспериментов сосредоточено на высокотемпературном мерзлом грунте (то есть мерзлом грунте с большим количеством незамерзшей воды). Измерение порового давления воды в мерзлых грунтах при более низких температурах затруднено. Основные трудности заключаются в том, что: 1) наличие льда препятствует потоку поровой воды; 2) наличие льда препятствует хорошему контакту датчика давления поровой воды с поровой водой.

Миграция поровой воды напрямую связана с давлением поровой воды. Поскольку мерзлый грунт является сложной пористой средой, процесс теплопередачи очень сложен. Необходимо учитывать следующие факторы: 1) скрытую теплоту, выделяющуюся при превращении водной фазы в лед; 2) изменения термодинамических параметров грунта; теплопроводность λ и объемная удельная теплоемкость C будут меняться за счет изменения доли каждого фазового компонента мерзлого грунта; 3) даже если температура грунта ниже температуры замерзания (обычно ниже 0°C), вода в порах не может полностью замерзнуть; 4) существование порового льда и ледяных шлиров препятствует миграции поровой воды.

Уровень подземных вод влияет на условия водообеспеченности промерзающего грунта, а источником ледяных линз является вода. Поэтому при изучении процесса теплопередачи мерзлого грунта необходимо учитывать миграцию грунтовой влаги (Everett, 1963). Изменения распределения порового давления воды в грунте является фактором, влияющим на миграцию и перераспределение воды, тогда как изменения температуры влияют на изменение содержания незамерзшей влаги. Изменения влажности, в свою очередь, приводят к изменению термодинамических параметров грунта (таких, как удельная теплоемкость, теплопроводность, гидравлическая проводимость и др.). Изменения температуры изменяют состояние поровой воды в грунте, и вблизи фронта замерзания будет создаваться отрицательное давление, что является движущей силой подачи воды в сегрегированный лед.

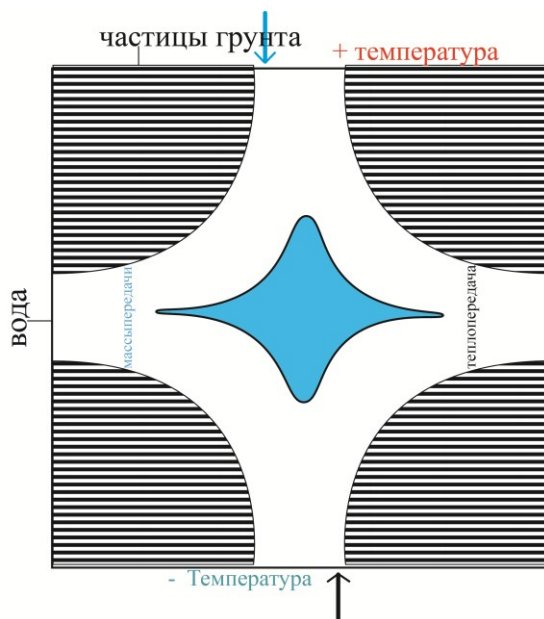


Рис. 2.3.1. Микроскопическая схема процесса теплообмена и массообмена на фронте замерзания

Как показано на рисунке 2.3.1., выражение для связи вода-тепло в основном включает в себя три уравнения: уравнение сохранения энергии, уравнение сохранения массы и уравнение связи. Вообще говоря, связующее уравнение представляет собой эмпирическую формулу изменения незамерзшей воды с температурой. Однако, если позволяют условия эксперимента, точнее будет построить уравнение связи на основе характеристической кривой воды (Soil Water Characteristic Curve) и уравнения Клапейрона.

При этом изменяются и гидродинамические свойства грунта, такие как гидравлическая проводимость, коэффициент диффузии и матричный потенциал. При замерзании грунта появление льда в порах и выделение скрытой теплоты фазового перехода вызовут резкие изменения гидротермических показателей грунта. Численная модель, построенная в этой главе, будет учитывать все вышеперечисленные влияющие факторы и покажет, как реализовать ее с помощью программного обеспечения для моделирования.

2.3.1. Уравнения в частных производных для теплопередачи

Теплопроводность, конвекция и излучение являются тремя основными способами теплопередачи. Основным способом передачи тепла в мерзлом грунте является теплопроводность, которая по сути представляет собой процесс столкновения и диффузии

тепловых движений в каждом фазовом компоненте мерзлого грунта (Gens, 2010). В то же время жидкость также может переносить тепло в другую область. Следовательно, теплообмен в мерзлом грунте – это не только контактный перенос между компонентами, но и теплообмен, осуществляемый потоком поровой жидкости.

Как правило, тепло передается от областей с высокой температурой к областям с низкой температурой из-за градиента температуры, вызванного разницей температур между объектами. Процесс теплопередачи в мерзлом грунте, как правило, не учитывает влияние конвекции. Влияние радиации на теплообмен в грунте минимально, поэтому его можно не учитывать. За исключением конвекции, тепло всегда перемещается от более теплого конца помещения к более холодному.

Как показано на рисунке 2.3.2, возьмем REV ($dx dy dz$) микроединицы частицы-лед-вода на фронте замерзания. Внутреннее тепло, выделяемое в результате фазового перехода льда и воды в этом единичном теле, равно q_v (Вт/м³).

По первому закону термодинамики :

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 \quad 2.3.1$$

Здесь, Q_1 - разность между поступающим и уходящим теплом REV; Q_2 – скрытая теплота фазового перехода; Q_3 – увеличение тепловой энергии REV.

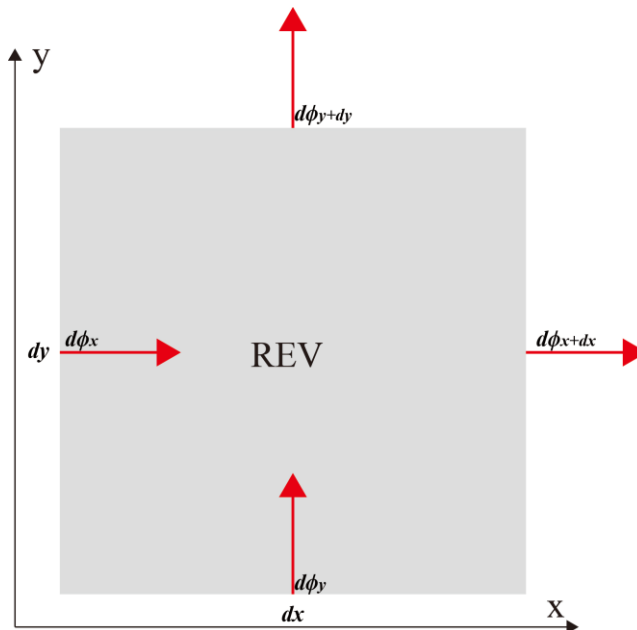


Рис. 2.3.2. Репрезентативный элементарный объём (РЭО) на фронте замерзания для теплопередачи

$$d\phi_x = q_x dydzdt \quad 2.3.2$$

Тепло, передаваемое телом микроэлемента после прохождения единицы длины :

$$d\phi_{x+dx} = q_{x+dx} dydzdt \quad 2.3.3$$

Здесь :

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \quad 2.3.4$$

В единицу времени, после того как тепло проходит единицу расстояния от направления оси X от REV, разница между притоком и оттоком равна :

$$d\phi_{x+dx} - d\phi_x = -\frac{\partial q_x}{\partial x} dx dydzdt \quad 2.3.5$$

Таким же образом, после того как тепло пройдет единичное расстояние от направлений REV по осям Y и Z, за единицу времени, разница между притоком и оттоком составляет :

$$d\phi_{y+dy} - d\phi_y = -\frac{\partial q_y}{\partial y} dx dydzdt \quad 2.3.6$$

$$d\phi_{z+dz} - d\phi_z = -\frac{\partial q_z}{\partial z} dx dydzdt \quad 2.3.7$$

Здесь q_y — составляющая теплового потока по оси y q_z — составляющая теплового потока по оси z. По формулам 2.3.4, 2.3.5 и 2.3.6 можно получить, что общее количество тепла, проходящего через REV в единицу времени :

$$Q_1 = -\left\{ \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right\} dx dydzdt \quad 2.3.8$$

Градиент температуры в направлении оси координат определяется как: $gradT = \frac{\partial T}{\partial x}$, Его направление — это нормальное направление от точки на изотермической поверхности к другой изотермической поверхности, а скорость изменения вдоль нормального направления — это его величина :

$$gradT = \frac{\partial T}{\partial x} i + \frac{\partial T}{\partial y} j + \frac{\partial T}{\partial z} k \quad 2.3.9$$

Где i, j, k — единичные векторы в трех координатных направлениях x, y, соответственно; T — температура (°C). Векторные компоненты плотности теплового потока в трех координатных направлениях x, y и z равны: q_x, q_y, q_z соответственно. Поэтому мы можем получить :

$$q = q_x i + q_y j + q_z k \quad 2.3.10$$

По закону Фурье:

$$q = -\lambda \operatorname{grad} T \quad 2.3.11$$

Здесь λ – теплопроводность (Вт/м·°С). Согласно формулам 2.3.9 и 2.3.10, компоненты вектора теплового потока на координатных осях x , y и z соответственно равны:

$$\begin{cases} q_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \\ q_y = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \\ q_z = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \end{cases} \quad 2.3.12$$

Подставив формулу 2.3.11 в формулу 2.3.7:

$$Q_1 = -\lambda \left\{ \frac{\partial \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)}{\partial z} \right\} dx dy dz dt \quad 2.3.13$$

В единицу времени прирост тепловой энергии в REV составляет:

$$Q_3 = C_m \rho_m \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz dt \quad 2.3.14$$

Здесь C_m – массовая удельная теплоемкость (Дж/кг·°С); T – температура микроэлемента; t -время. Известно, что

$$C_m \rho_m = C_v$$

Мы можем получить:

$$Q_3 = C_v \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz dt \quad 2.3.15$$

Здесь C_v — объемная удельная теплоемкость (Дж/м³·°С).

Подставив формулы 2.3.14 и 2.3.13 в формулу 2.3.1, получим:

$$C_v \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz dt = \lambda \left\{ \frac{\partial \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)}{\partial z} \right\} dx dy dz dt + Q_2 \quad 2.3.16$$

Здесь:

$$Q_2 = L \rho_i \frac{\partial \theta_i}{\partial t} dx dy dz dt \quad 2.3.17$$

Подставим формулу 2.3.15 в формулу 2.3.14, обе части уравнения могут упроститься одновременно.

$$C_v \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)}{\partial y} + \lambda \frac{\partial \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)}{\partial z} + L \rho_i \frac{\partial \theta_i}{\partial t} \quad 2.3.18$$

Для одномерного процесса теплопроводности с использованием скрытой теплоты фазового перехода, генерируемой переходом льда и воды, в качестве внутреннего источника тепла, уравнение в частных производных теплопередачи можно записать как:

$$C_v \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)}{\partial x} + L \rho_i \frac{\partial \theta_i}{\partial t} \quad 2.3.19$$

L – Скрытая теплота фазового перехода воды (Дж/кг) , 3.33×10^6 Дж/кг; θ_i – Объемное содержание льда, ρ_i – плотность льда (Дж/кг) , C_v – объемная удельная теплоемкость (Дж/(м³·°C)), λ – теплопроводность (Вт/(м·°C)) , T – температура (°C) , t – время(с).

Насыщенный мерзлый грунт представляет собой трехфазную смесь, и формула расчета ее объемной удельной теплоемкости может быть выражена как (Xu et al., 1991):

$$C_v = \rho_s c_s \theta_s + \rho_w c_w \theta_w + \rho_i c_i \theta_i \quad 2.3.20$$

Здесь s, w, i представляют частицы грунта, воды и льда соответственно; $c_{(s,w,i)}$ – массовая удельная теплоемкость (MSHC)(Дж/(кг·°C)) (Xu, 1991).

$$\lambda(\theta) = \lambda_s^{\theta_s} \cdot \lambda_w^{\theta_w} \cdot \lambda_i^{\theta_i} \quad 2.3.21$$

По содержанию первого раздела настоящей главы существуют следующие отношения:

$$1 - n = \theta_s; \theta_w + \theta_i = n$$

2.3.2. Уравнения в частных производных для массопередачи.

За единицу времени часть поровой воды, поступающей в микроэлемент REV на фронте замерзания, замерзает в лед и остается в корпусе микроблока, часть ее остается на месте в виде незамерзшей воды за счет осмоса, а остальная часть вытекает из микроэлемента на фронте замерзания.

Часть разницы в массе вытекающей и вытекающей незамерзшей воды используется для увеличения содержания льда в REV, а часть - для увеличения содержания воды в REV. Точно

так же, на основе основных уравнений, приведенных в данной литературе (Harlan, 1973; An et al., 1989), мы расширяем их до трехмерного пространства (Рис. 2.3.3).

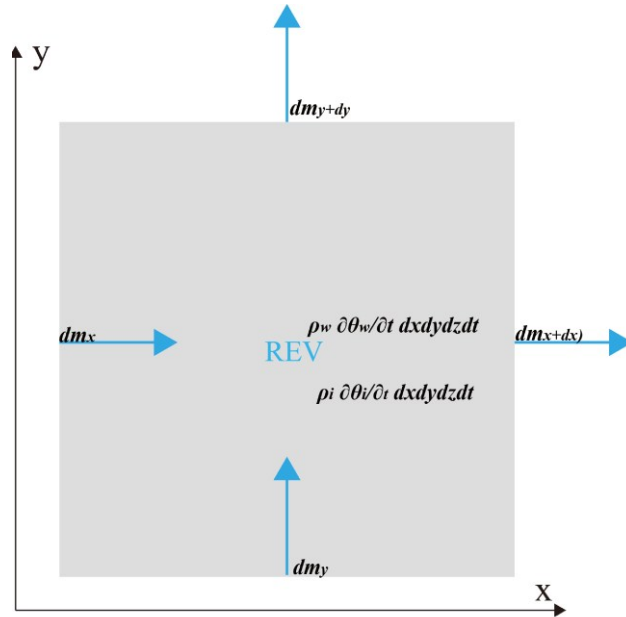


Рис. 2.3.3. Репрезентативный элементарный объём (РЭО) на фронте замерзания для массопередачи

Мы дадим следующее определение: M_1 - разница в качестве между входящим и исходящим REV; M_2 - изменение содержания льда в REV; M_3 - изменение содержания незамерзшей воды в REV.

По закону сохранения массы легко получить в единицу времени:

$$M_1 = M_2 + M_3 \quad 2.3.20$$

В единицу времени входная масса в REV в направлении оси X равна:

$$dm_x = \rho_w dy dz \cdot V_x dt \quad 2.3.21$$

Где ρ_w — плотность воды, V_x — векторная составляющая скорости потока воды в направлении оси X.

До анализа сохранения массы мы предполагали, что грунт однороден и изотропен. Следовательно, можно получить, что масса, поступающая в REV в направлениях осей Y и Z в единицу времени, равна:

$$dm_y = \rho_w dx dz \cdot V_y dt \quad 2.3.22$$

$$dm_z = \rho_w dx dy \cdot V_z dt \quad 2.3.23$$

Повторяя тот же процесс, мы можем получить, что через единицу времени и единицу расстояния масса истечения REV равна:

$$dm_{x+dx} = \rho_w dydz \cdot V_{x+dx} dt \quad 2.3.24$$

Здесь

$$V_{x+dx} = V_x + \frac{\partial V_x}{\partial x} dx \quad 2.3.25$$

Можно получить, что масса истечения REV в направлениях Y и Z в единицу времени равна:

$$dm_{y+dy} = \rho_w dx dz \cdot V_{y+dy} dt \quad 2.3.26$$

$$dm_{z+dz} = \rho_w dx dy \cdot V_{z+dz} dt \quad 2.3.27$$

Следовательно, векторные компоненты разности масс, втекающих в REV и выходящих из него в единицу времени по осям координат x, y и z, равны соответственно:

$$\begin{aligned} dm_x - dm_{x+dx} &= \rho_w dydz \cdot \frac{\partial V_x}{\partial x} dx dt \\ dm_y - dm_{y+dy} &= \rho_w dx dz \cdot \frac{\partial V_y}{\partial y} dy dt \\ dm_z - dm_{z+dz} &= \rho_w dx dy \cdot \frac{\partial V_z}{\partial z} dz dt \end{aligned} \quad 2.3.28$$

Объединив приведенные выше три уравнения, мы можем получить:

$$M_1 = -\rho_w \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) dx dy dz dt \quad 2.3.29$$

Гидравлический градиент обозначается $gradP$. Принимая направление увеличения напора за положительное направление, векторные компоненты гидравлического градиента по осям координат x, y и z соответственно равны:

$$\frac{\partial P}{\partial x}, \frac{\partial P}{\partial y}, \frac{\partial P}{\partial z}$$

Мы можем получить:

$$gradP = \frac{\partial P}{\partial x} i + \frac{\partial P}{\partial y} j + \frac{\partial P}{\partial z} k \quad 2.3.30$$

В формуле P- напор (m)

Компоненты скорости потока воды V на координатных осях x,y,z равны V_x, V_y, V_z соответственно. Скорость потока воды можно получить как:

$$V = V_x i + V_y j + V_z k \quad 2.3.31$$

Закон миграции воды в зоне фазового перехода и немерзлой зоне удовлетворяет закону Дарси.

$$V = -K gradP \quad 2.3.32$$

Здесь K – коэффициент фильтрации.

Компоненты вектора скорости потока воды по осям x , y и z соответственно равны:

$$\begin{cases} V_x = -k \frac{\partial P}{\partial x} \\ V_y = -k \frac{\partial P}{\partial y} \\ V_z = -k \frac{\partial P}{\partial z} \end{cases} \quad 2.3.33$$

Следовательно, векторные компоненты разности масс, втекающих в REV и выходящих из него в единицу времени по осям координат x , y и z , равны:

$$M_1 = \rho_w \left[\frac{\partial \left(k \frac{\partial P}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(k \frac{\partial P}{\partial y} \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left(k \frac{\partial P}{\partial z} \right)}{\partial z} \right] dx dy dz dt \quad 2.3.34$$

В единицу времени приращение массы льда в REV равно:

$$M_2 = \rho_i \frac{\partial \theta_i}{\partial t} dx dy dz dt \quad 2.3.35$$

В единицу времени приращение массы воды в REV составляет:

$$M_3 = \rho_w \frac{\partial \theta_w}{\partial t} dx dy dz dt \quad 2.3.36$$

Подставив формулы 2.3.36, 2.3.35 и 2.3.34 в формулу 2.3.20, получим:

$$\rho_w \left[\frac{\partial \left(k \frac{\partial P}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(k \frac{\partial P}{\partial y} \right)}{\partial y} + \frac{\partial \left(k \frac{\partial P}{\partial z} \right)}{\partial z} \right] = \rho_i \frac{\partial \theta_i}{\partial t} + \rho_w \frac{\partial \theta_w}{\partial t} \quad 2.3.37$$

Когда происходит фазовый переход лед-вода, одномерное уравнение массопередачи в частных производных внутри фронта замерзания выглядит следующим образом (Harlan, 1973):

$$\frac{\partial \left(k \frac{\partial P}{\partial x} \right)}{\partial x} = \frac{\rho_i}{\rho_w} \frac{\partial \theta_i}{\partial t} + \frac{\partial \theta_w}{\partial t} \quad 2.3.38$$

Чтобы сделать миграцию воды более соответствующей реальной ситуации, напор здесь заменяется потенциалом грунтовой воды ψ , а уравнение переписывается в виде (Bai et al., 2015)

$$\frac{\partial \left[D(\theta_w) \frac{\partial \theta_w}{\partial x} - k(\theta_w) \right]}{\partial x} = \frac{\rho_i}{\rho_w} \frac{\partial \theta_i}{\partial t} + \frac{\partial \theta_w}{\partial t} \quad 2.3.39$$

Где $D(\theta_w)$ – коэффициент диффузии воды ненасыщенного грунта (см²/сут)

$$\begin{cases} D(\theta_w) = \frac{k(\theta_w)}{C_w} I \\ I = 10^{10\theta_i} \end{cases} \quad 2.3.40$$

В формуле I представляет собой коэффициент замедления, который отражает тормозящее влияние порового льда на миграцию поровой воды; C_w -Удельная емкость воды ($1/M$), $C_w = \frac{d\theta_w}{d\psi}$.

Кривая водоудержания почвы (SWCC) является фундаментальным понятием в механике ненасыщенных грунтов и описывает зависимость между всасыванием и степенью насыщения. У грунтов с большой удельной поверхностью частиц (например, глинистых) капиллярные силы создают всасывание воды, причём величина всасывания уменьшается с ростом степени насыщения. Кривая водоудержания как раз описывает эту конститутивную зависимость между всасыванием и степенью насыщения для различных типов грунтов. Характерная SWCC для конкретного типа грунта обычно получается экспериментально в виде набора дискретных точек. Однако для прогнозирования зависимости между степенью насыщения и всасыванием в ненасыщенных грунтах необходима аппроксимация этих данных непрерывной математической функцией. Существует несколько моделей КВГ, среди которых наиболее распространены модель ван Генухтена (VG) и модель Гарднера. Основные параметры такой модели подразделяются на два типа: 1. Параметры, связанные с всасыванием и степенью насыщения (например, влажность при полном насыщении, остаточная влажность); 2. Эмпирические параметры, получаемые в процессе аппроксимации.

В формуле: $D(\theta_w)$, C_w , $k(\theta_w)$ получены путем объединения характеристической кривой грунта и воды и модели проникновения Van Genuehten. В соответствии с моделью водоудержания Van Genuehten (VG) и моделью проницаемости Gardner (Ning et al., 2008), мы определяем относительную насыщенность мерзлого грунта как S . Математическая связь между каждым параметром следующая (Ning et al., 2008).

$$\begin{aligned} S &= \frac{\theta_w - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left[\frac{1}{1 + (ah)^n} \right]^m \\ \theta_w &= \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{\left[\frac{1}{1 + (ah)^n} \right]^m} \\ K_r(S) &= (S)^{\frac{1}{2}} \left[1 - \left(1 - (S)^{\frac{1}{m}} \right)^m \right]^2 \end{aligned} \quad 2.3.41$$

$$K(\theta_w) = K_r \cdot K_s$$

Здесь $a, m, n, \theta_r, \theta_s$ — все параметры модели проницаемости Van Genuchten, которые можно получить из кривой SWCC (Soil Water Characteristic Curve), или получить из литературы (Ning et al., 2012).

2.4. Численное решение модели порового давления воды при миграции влаги

Для построения модели динамического порового давления воды сначала необходимо смоделировать процесс миграции воды при замерзании грунта. Процесс миграции влаги в основном затрагивает поле температуры и поле влажности. Поле температуры и поле влажности можно описать двумя наборами уравнений в частных производных (также называемых определяющими уравнениями) и соответствующими граничными условиями. При соответствующих граничных условиях эти основные уравнения имеют единственные решения, однако уравнения миграции воды в частных производных не являются простыми. Из двух уравнений в частных производных, полученных в предыдущей главе, видно, что в процессе численного моделирования необходимо решить в основном следующие проблемы: 1) в двух уравнениях в частных производных есть три неизвестных, а именно температура T , содержание льда θ_i и содержание воды θ_w ; 2) взаимосвязь между содержанием незамерзшей воды и температурой должна быть установлена в виде связующего уравнения; 3) уравнение в частных производных необходимо преобразовать в уравнение в частных производных с коэффициентами, которое может использоваться программой конечных элементов.

2.4.1. Уравнение равновесия фазового перехода

Чистая вода замерзнет в лед при температуре ниже 0 градусов по Цельсию, но в мелкозернистой грунте, таком как глина, даже если температура ниже 0 градусов по Цельсию, вся вода в грунте не превратится в лед. При понижении температуры содержание незамерзшей воды постепенно уменьшается, а содержание льда постепенно увеличивается. Пока температура ниже начальной температуры замерзания грунта, в ее порах будут сосуществовать вода и лед.

Когда вода превращается в лед, она выделяет скрытую теплоту фазового перехода в определенном диапазоне температур, что влияет на распределение температуры. Распределение

температуры влияет на продвижение фронта замерзания. По мере продвижения фронта замерзания изменяются физические свойства соответствующей области, такие как теплопроводность, удельная теплоемкость, гидравлическая проводимость и др.

Согласно анализу, проведенному выше, процесс миграции воды в основном контролируется двумя уравнениями в частных производных. Однако переменной определяющего уравнения температурного поля является температура, тогда как переменными уравнения поля влажности являются содержание льда и содержание воды. Для того чтобы два процесса влияли друг на друга, необходимо связующее уравнение. Это уравнение требует установления изменений температуры и содержания незамерзшей влаги. В настоящее время основными способами получения зависимости содержания незамерзшей влаги от температуры являются следующие.

(1). Эмпирическая формула Ху Хуезу (Xu et al., 2010).

Опираясь на экспериментальных данных, Сюй дал эмпирическое выражение для содержания незамерзшей воды в мерзлой грунте:

$$B = \frac{\ln w_0 - \ln w_u}{\ln T - \ln T_f}, T < T_f \quad 2.4.1$$

В формуле T_f — начальная температура промерзания грунта ($^{\circ}\text{C}$), которую можно рассчитать по приведенной в литературе эмпирической формуле (Xu et al., 2010). w_0 — начальная влажность грунта, w_u — влажность незамерзшей воды при температуре T , B — постоянная, связанная с типом грунта, содержанием солей и т. д., также можно измерить экспериментально по методике (Xu et al., 1991). При отсутствии экспериментальных данных B может выбрать эмпирические значения, исходя из 0,61 для песка, 0,56 для глины.

Возможно такое преобразование этой формулы:

$$\frac{w_0}{w_u} = \left(\frac{T}{T_f} \right)^B, T < T_f \quad 2.4.2$$

Эту формулу можно также записать в следующем виде:

$$a = w_0 T_f^B, T < T_f \quad 2.4.3$$

В формуле a, B — эмпирические константы, связанные с качеством грунта, полученные путем аппроксимации экспериментальных данных. Температура замерзания T соответствует

начальной влажности W_0 . Значения параметров a и B в уравнении 2.4.3 получаются путем аппроксимации в соответствии с соответствующим содержанием незамерзшей воды в различных условиях отрицательной температуры.

(2). Эмпирическая формула Michalowski (Wang et al., 2015).

Michalowski использовал следующую формулу для описания зависимости между содержанием незамерзшей воды в мерзлой грунте и температурой (Wang et al., 2015):

$$w = w^* + (w_0 - w^*)e^{a(T-T_0)} \quad 2.4.4$$

Здесь T_0 — температура замерзания, обычно 0°C ; w_0 — начальная влажность;

w^* — содержание незамерзшей воды, которое все еще существует у людей при более низких температурах, можно назвать остаточным содержанием воды; a — коэффициент затухания

Эту формулу можно использовать для получения неопределенных параметров формулы путем экспериментальной проверки, а затем прогнозирования содержания незамерзшей воды в других условиях отрицательной температуры. Этот метод позволяет более точно предсказать содержание незамерзшей воды в различных температурных условиях. Коэффициент затухания a в формуле необходимо получить с помощью специальных методов, таких как ядерный магнитный резонанс (Li et al., 2000).

(3). Комбинированный метод SWCC и уравнение Клапейрона (Taber, 1929).

Другой широко используемый метод — уравнение связи с помощью характеристической кривой поровой воды (SWCC) в сочетании с уравнением Клапейрона. Гидротермальная связь в мерзлой зоне требует учета фазовых переходов, а уравнение Клапейрона описывает взаимосвязь между температурой и давлением на границе раздела лед-вода в мерзлом грунте в установившихся условиях. Обобщенное уравнение Клапейрона можно получить из термодинамической концепции свободной энергии Гиббса, которая имеет следующий вид:

$$\frac{1}{\rho_w} \frac{dP_w}{dT} - \frac{1}{\rho_i} \frac{dP_i}{dT} = \frac{H_f}{T + 273.5} \quad 2.4.5$$

Где T — равновесная температура замерзания ($^\circ\text{C}$), H_f — скрытая теплота плавления (333,6 Дж/г), P_w и P_i — равновесные давления для воды и льда соответственно, а ρ_w и ρ_i — плотности воды и льда соответственно.

В большинстве моделей мерзлого грунта давление льда P_i игнорируется при использовании уравнения Клапейрона, которое упрощается до:

$$P_w = \rho_w \frac{H_f}{T + 273.15} \quad 2.4.6$$

$$P_w = \rho_w g h$$

Из двух приведенных выше формул мы можем получить:

$$h = \frac{H_f}{g} \frac{T}{273.15} \quad 2.4.7$$

Поместим уравнение 2.4.5 в уравнение модели Van Genuchten 2.3.40, чтобы получить:

$$\theta_w = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{\left[\frac{1}{1 + \left(a \frac{H_f}{g} \frac{T}{273.15} \right)^n} \right]^m}$$

Здесь $a, m, n, \theta_r, \theta_s$ — параметры модели проницаемости Van Genuchten, которые можно получить из кривой SWCC (Soil Water Characteristic Curve), T — равновесная температура замерзания ($^{\circ}\text{C}$), H_f — скрытая теплота плавления (333,6 Дж/г).

2.4.2. Численное решение давления поровой воды на основе COMSOL

Как показано на рисунке 2.4.2 ниже, полная динамическая модель давления поровой воды состоит из трех управляющих уравнений, а связующее уравнение представляет собой уравнение равновесия фазового перехода.

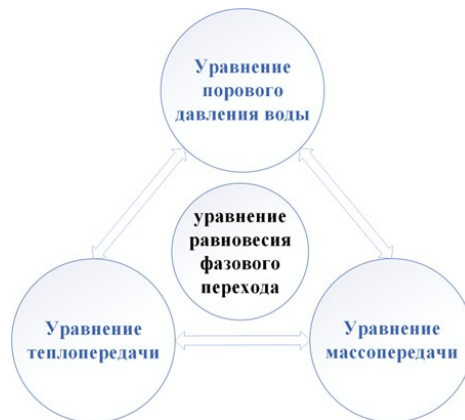


Рис. 2.4.1. Структура уравнения динамической модели давления поровой воды.

Выше мы обсудили различные уравнения равновесия фазового перехода в литературе. Мы используем эмпирическую формулу Сюй Сюэцзу (1991, 2010).

Уравнение равновесия с фазовым переходом имеет вид:

$$\frac{w_0}{w_u} = \left(\frac{T}{T_f} \right)^B, T < T_f$$

Выполнив обработку (Vai et al., 2015), определив B как соотношение твердой и жидкой фаз, формула будет следующей:

$$B = \frac{\theta_i}{\theta_w} = \begin{cases} 1.1 \left\{ \frac{T}{T_f} \right\}^a - 1, T < T_f \\ 0, T > T_f \end{cases} \quad 2.4.8$$

Здесь B – соотношение твердой и жидкой фаз, θ_i – объемное содержание льда, θ_w – объемное содержание воды, T_f – начальная температура замерзания.

Новое уравнение порового давления воды можно переписать в следующем виде (Zhou Bicheng et al., 2024):

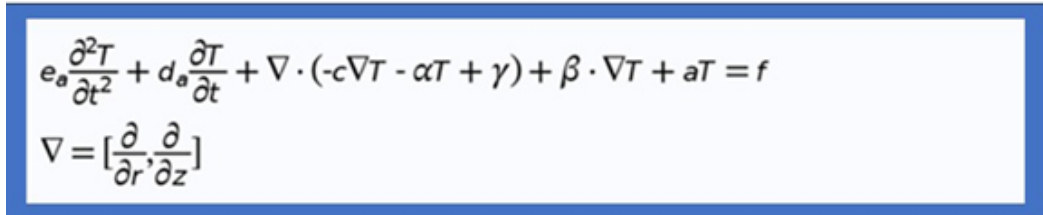
$$P_w = \begin{cases} \frac{1}{\left(\frac{1}{\rho_w} + \frac{1}{B\rho_i}\right)} L_f \ln \frac{T + 273.15}{T_0 + 273.15}, T_{sep} < T \leq T_0 \\ \frac{1}{\left(\frac{1}{\rho_w} + \frac{1}{B\rho_i}\right)} \left(L_f \ln \frac{T + 273.15}{T_0 + 273.15} + \frac{P_{por}}{\rho_i n (1 - s_w)} \right), T \leq T_{sep} \end{cases} \quad 2.4.9$$

где ρ_w и ρ_i — плотности воды и льда; θ_i — объемное содержание льда; θ_w — объемная влажность за счет незамерзшей вод; L_f — скрытая теплота плавления; T_0 — начальная температура замерзания грунта в градусах Цельсия; T — температура грунта в градусах Цельсия; T_{sep} — температура образования ледяных линза в градусах Цельсия; P_{por} — поровое давление; s_w — водонасыщение за счет незамерзшей воды; n — пористость. B — соотношение твердой и жидкой фаз.

Мы используем программное обеспечение для физического моделирования COMSOL для создания динамической модели порового давления воды. Являясь широко используемым программным обеспечением для мультифизического моделирования, COMSOL имеет базовые модули, такие как электромагнитные поля и поля механики твердого тела. Однако сложные физические процессы, такие как проблема порового давления, связаны с множеством проблем взаимодействия физических полей и требуют интеграции уравнений в частных производных.

На основании этого в COMSOL встроены три формы пользовательских уравнений в частных производных: уравнения в частных производных с коэффициентами, обобщенные уравнения в частных производных и уравнения в частных производных со слабым решением.

Среди них уравнение в частных производных с коэффициентами (PDE) может импортировать и использовать многие часто используемые уравнения путем преобразования коэффициентов в уравнении в доступные интерфейсы. Далее мы покажем, как импортировать два дифференциальных уравнения в частных производных поля температуры и поля влажности в интерфейс PDE (Рис. 2.4.2).



$$e_a \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-c \nabla T - \alpha T + \gamma) + \beta \cdot \nabla T + a T = f$$

$$\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial r}, \frac{\partial}{\partial z} \right]$$

Рис. 2.4.2. Интерфейс PDE в COMSOL

Как показано на рисунке выше, интерфейс PDE в COMSOL выглядит следующим образом:

$$e_a \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-c \nabla T - \alpha T + \gamma) + \beta \cdot \nabla T + a T = f \quad 2.4.10$$

$$\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial r}, \frac{\partial}{\partial z} \right]$$

Здесь e_a — массовый коэффициент; d_a — коэффициент замедления; c — коэффициент диффузии; a — коэффициент поглощения; f — источник потока, α — консервативный коэффициент конвекции потока, β — коэффициент конвекции, γ — консервативный член источника потока, ∇ — дифференциальный оператор. Поскольку не рассматривались условия конвекции, α и β здесь можно сразу принять равными 0.

(1) Построение температурного поля.

Уравнение теплопередачи в частных производных имеет следующий вид:

$$C_v \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)}{\partial x} + L \rho_i \frac{\partial \theta_i}{\partial t}$$

Запишем уравнение теплопередачи в частных производных в виде уравнения в частных производных с коэффициентами следующим образом:

$$e_a \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-c \nabla T - \alpha T + \gamma) + \beta \cdot \nabla T + a T = f \quad 2.4.11$$

Можно получить следующее уравнение:

$$\rho C(\theta) \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda(\theta) \nabla^2 + L \rho_i \frac{\partial \theta_i}{\partial t} \quad 2.4.12$$

Из формулы 2.4.8 $\theta_i = B \cdot \theta_w$, из модели проникновения VG 2.3.40 знаем, что $\theta_w = (\theta_s - \theta_r)s + \theta_r$. Во избежание смешения параметров модели с параметрами незамерзающего грунта, параметр θ_w обозначается здесь как θ_u (где u обозначает незамерзшую воду).

Подставив два приведенных выше уравнения в $\frac{\partial \theta_i}{\partial t}$, мы можем получить:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta_i}{\partial t} &= \frac{\partial (B(T) \cdot \theta_u)}{\partial t} = \frac{\partial (B(T) \cdot ((\theta_s - \theta_r)S + \theta_r))}{\partial t} \\ &= (\theta_s - \theta_r) \cdot \left(\frac{\partial B(T)}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot S + B(T) \cdot \frac{\partial S}{\partial t} \right) + \theta_r \cdot \frac{\partial B(T)}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \end{aligned} \quad 2.4.13$$

Подставив формулу 2.4.13 в формулу 2.4.12, получим:

$$\rho C(\theta) \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-\lambda(\theta) \nabla T) = L \cdot \rho_i \cdot \left[(\theta_s - \theta_r) \cdot \left(\frac{\partial B(T)}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \cdot S + B(T) \cdot \frac{\partial S}{\partial t} \right) + \theta_r \cdot \frac{\partial B(T)}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \right] \quad 2.4.14$$

Дальнейшие преобразования приводят к следующему виду:

$$\begin{aligned} &\left\{ \rho C(\theta) - L \rho_i \cdot [(\theta_s - \theta_r) \cdot S + \theta_r] \cdot \frac{\partial B(T)}{\partial T} \right\} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-\lambda(\theta) \nabla T) \\ &= L \rho_i (\theta_s - \theta_r) \cdot B(T) \cdot \frac{\partial S}{\partial t} \end{aligned} \quad 2.4.15$$

Сравнивая формулу 2.4.15 с формулой 2.4.11, можем получить:

$$\begin{cases} d_a = \rho C(\theta) - L \rho_i \cdot [(\theta_s - \theta_r) \cdot S + \theta_r] \cdot \frac{\partial B(T)}{\partial T} \\ c = \lambda(\theta) \\ f = L \rho_i (\theta_s - \theta_r) \cdot B(T) \cdot \frac{\partial S}{\partial t} \end{cases} \quad 2.4.16$$

В то же время здесь $e_a, \alpha, \beta, \gamma, a = 0$.

(2) Построение поля влаги.

Уравнение массопередачи (миграции влаги) в частных производных имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \left[D(\theta_w) \frac{\theta_w}{\partial x} - k(\theta_w) \right]}{\partial x} = \frac{\rho_i}{\rho_w} \frac{\partial \theta_i}{\partial t} + \frac{\partial \theta_w}{\partial t} \quad 2.4.17$$

Запишем уравнение теплопередачи в частных производных в виде уравнения в частных производных с коэффициентами следующим образом:

$$e_a \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-c \nabla T - \alpha T + \gamma) + \beta \cdot \nabla T + a T = f \quad 2.4.18$$

Можно получить следующее уравнение:

$$\nabla[D(\theta_w)\nabla\theta_w + k(\theta_w)] = \frac{\rho_l}{\rho_w} \frac{\partial\theta_i}{\partial t} + \frac{\partial\theta_w}{\partial t} \quad 2.4.19$$

Из формулы 2.4.8 $\theta_i = B \cdot \theta_w$, из модели проникновения VG 2.3.40 узнаем, что $\theta_w = (\theta_s - \theta_r)s + \theta_r$. Подставив два приведенных выше уравнения в $\frac{\partial\theta_i}{\partial t}$, мы можем получить:

$$\frac{\partial\theta_i}{\partial t} = (\theta_s - \theta_r) \cdot \left\{ \frac{\partial B(T)}{\partial t} \cdot S + B(T) \cdot \frac{\partial S}{\partial t} \right\} + \theta_r \frac{\partial B(T)}{\partial t} \quad 2.4.20$$

Подставив формулу 2.4.20 в формулу 2.4.19, получим:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\rho_l}{\rho_w} \cdot \left[\left(\frac{\partial B(T)}{\partial t} \cdot S + B(T) \cdot \frac{\partial S}{\partial t} \right) + \frac{\theta_r}{(\theta_s - \theta_r)} \frac{\partial B(T)}{\partial t} \right] = \nabla[D(S)\nabla S + k(S)] \quad 2.4.21$$

Дальнейшие преобразования приводят к следующему виду:

$$\left(1 + \frac{\rho_l}{\rho_w} B(T) \right) \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\rho_l}{\rho_w} \cdot \frac{\partial B(T)}{\partial t} \cdot S + \frac{\rho_l}{\rho_w} \cdot \frac{\theta_r}{(\theta_s - \theta_r)} \frac{\partial B(T)}{\partial t} = \nabla[D(S)\nabla S + k(S)] \quad 2.4.22$$

Сравнив с формулой 2.4.18, можно получить:

$$\begin{cases} d_a = 1 + \frac{\rho_l}{\rho_w} B(T) \\ c = D(S) \\ \gamma = -k(S) \\ a = \frac{\rho_l}{\rho_w} \cdot \frac{\partial B(T)}{\partial t} \\ f = -\frac{\rho_l}{\rho_w} \cdot \frac{\theta_r}{(\theta_s - \theta_r)} \frac{\partial B(T)}{\partial t} \end{cases} \quad 2.4.23$$

здесь:

$$\begin{cases} D(\theta_u) = \frac{k(\theta_u)}{C_w} I \\ I = 10^{10\theta_i} \end{cases} \quad 2.4.24$$

$$k(\theta_u) = k_s(S)^{\frac{1}{2}} \left[1 - \left(1 - (S)^{\frac{1}{m}} \right)^m \right]^2 \quad 2.4.25$$

$$c(\theta_u) = a_0 m / (1 - m) \cdot (\theta_s - \theta_r) \cdot S^{1/m} (1 - S^{1/m})^m \quad 2.4.26$$

Физический смысл полученного выражения был описан выше и здесь повторяться не будет.

Выводы к главе 2

1. Механика сплошных сред может быть применена для описания многокомпонентных материалов на основе анализа эффективных напряжений в ненасыщенных талых грунтах. Проведенный анализ водонасыщенных мерзлых грунтов показывает прямую зависимость

параметров эффективного напряжения от порового давления воды, пористости и степени водонасыщения.

2. Анализ различных модификаций уравнения Клапейрона-Клаузиуса позволил вывести упрощенную форму уравнения для определения порового давления воды в мерзлых грунтах при наличии и отсутствии ледяных линз.

3. Уравнение Клапейрона систематически завышает значения фактического порового давления в мерзлых грунтах, что обуславливает его корректировку в различных теоретических подходах, включая учет теории пленочной воды или присутствия растворенных веществ.

4. В рамках принципа эффективных напряжений разработана новая формула порового давления воды путем совмещения уравнения эффективных напряжений с уравнением Клапейрона-Клаузиуса. Сравнение с традиционной моделью Клапейрона демонстрирует лучшую согласованность нашей формулы с экспериментальными данными.

5. В новую формулу введен параметр, представляющий отношение объемной доли незамерзшей воды к объемной доле льда, который выступает ключевым параметром модели.

6. На основе анализа уравнений фазового равновесия и эмпирической зависимости Сюя установлена корреляция между температурой и соотношением объемных долей незамерзшей воды и льда.

7. Для построения теоретической модели пучения использована система уравнений массопереноса, теплопереноса и фазового равновесия с включением нового уравнения порового давления. В среде COMSOL выполнена параметризация уравнений с последующим построением сопряженных полей влажности и температуры.

8. Параметры предложенной модели пучения определяются характеристиками образцов, граничными условиями эксперимента и данными литературных источников.

Глава 3. Экспериментальные исследования и моделирование миграции влаги в глинах²

С развитием национальной экономики как Россия, так и Китай последовательно осуществили ряд крупных строительных проектов в районах вечной мерзлоты и сезонно-мерзлых грунтов и неизбежно сталкиваются с проблемами морозного пучения грунтов. Возьмем, к примеру, недавно построенную высокоскоростную железную дорогу Харбин-Дасинганлин. Морозное пучение стало основным фактором, влияющим на устойчивость земляного полотна. Поэтому механизм развития и процесс деформации морозного пучения грунтов всегда были проблемой, волнующей исследователей холодных регионов. По мере углубления исследования, миграция влаги и образование ледяных линз признаны фундаментальными внутренними процессами морозного пучения. Многие ранние исследования морозного пучения были сосредоточены на механизме образования ледяных линз, поскольку они полагали, что образование ледяных линз является причиной миграции воды (Wen et al., 2011). Вэнь и др. (2011) считали, что изменения матричного потенциала являются основной движущей силой миграции воды, и исследовали и усовершенствовали метод матричного потенциала мерзлой грунта.

Чжан Лянь и др. (Zhang et al., 2014) распространили это изменение потенциальной энергии на изменение давления поровой воды. Они считали, что изменения давления поровой воды являются основной движущей силой миграции воды, и на основе тензиометрического испытания предложили метод измерения давления поровой воды при замерзании грунта. Таким образом, большая часть современных исследований морозного пучения основана на процессе образования ледяных линз и механизме миграции воды. В настоящее время эксперименты по миграции

² При подготовке данного раздела диссертации использованы следующие публикации автора (выполненные лично или в соавторстве), в которых, согласно Положению о присуждении учёных степеней в МГУ, отражены основные результаты исследования:

1. **Чжоу Б.**, Брушков А.В., Ху Ц. Моделирование порового давления воды в промерзающих дисперсных грунтах при миграции влаги // Геоэкология. Инженерная геология. Гидрогеология. Геокриология. – 2023. – Т. 6. – № 1. – С. 39-46. Импакт-фактор РИНЦ: 0,43. Объем публикации: 1,4 п.л., объем вклада соискателя: 0,6 п.л. EDN: WQVIYT.

2. **Zhou B.**, Brouchkov A.V., Eremina L.I., Xu Ch., Hu J. Numerical Simulation of Water Migration during Soil Freezing and Its Resulting Characterization // Applied Sciences. – 2024. – Vol. 14, No. 18. – Pp.1-12. Импакт-фактор в WoS: 2,5. Объем публикации: 0,99 п.л., объем вклада соискателя: 0,80 п.л. DOI: 10.3390/app14188210.

3. **Zhou B.**, Brouchkov A.V., Hu J. Numerical Study of Pore Water Pressure in Frozen Soils during Moisture Migration // Water. – 2023. – Vol.16, No. 5. – P.776. Импакт-фактор в WoS: 3,4. Объем публикации: 1,13 п.л., объем вклада соискателя: 0,9 п.л. DOI: 10.3390/app14188210.

незамерзшей воды в различных условиях продолжают. Эта глава посвящена экспериментам по промерзанию грунтов, чтобы проверить, может ли теоретическая модель в этом исследовании моделировать поведение миграции воды при замерзании грунта, и может ли она предсказать морозное пучение и влажность незамерзшей воды. Наконец, на основе экспериментальных условий модель была использована для прогнозирования и анализа порового давления воды в мерзлом грунте.

3.1. Экспериментальные материалы, оборудование и методика проведения экспериментов.

3.1.1. Эксперимент одностороннего промерзания каолиновой глины.

Выбор материала.

Поверхностная химическая энергия крупных частиц мала, и на поверхности крупных частиц остается очень мало пленочной воды. В процессе замерзания внутри этого грунта миграция воды не происходит или ее происходит мало. По мере уменьшения частиц взаимодействие между частицами и водой усиливается. При одной и той же отрицательной температуре уменьшение диаметра частиц увеличит влажность незамерзшей воды в грунте, а увеличение влажности незамерзшей воды облегчит миграцию воды. Однако, когда диаметр частиц продолжает уменьшаться, проницаемость грунта уменьшится, а миграция воды, рост ледяных линз и морозное пучение будут подавлены.

Терцаги провел исследования микроструктуры грунта еще в прошлом столетии и назвал ее сотовой структурой. На самом деле, существует связь между микроструктурой грунта и ее макроскопическим поведением. Различные породы в природе после выветривания образуют грунты с разными свойствами. Размер частиц зависит от минерального состава материнской породы и естественного выветривания. Поэтому механические свойства грунта будут различаться из-за разных процессов формирования. Различные типы грунтов будут проявлять разные механические характеристики и поведение в одной и той же инженерно-геологической среде. Поэтому для изучения макроскопического поведения грунта необходимо также изучать и анализировать его микроструктуру. Кроме того, неопределенность и сложность поведения

макроскопических характеристик грунта является прямым отражением сложности микроструктуры грунта. С развитием оптических и электронных микроскопов ученые получили возможность наблюдать и анализировать микроструктуру грунта. Использование сканирующей электронной микроскопии позволило ускорить изучение микроструктуры грунта.

Сканирующая электронная микроскопия использует электронный луч в системе электронного микроскопа для сканирования поверхности образца грунта, регистрирует возбужденные физические сигналы для модуляции изображения, а затем собирает и наблюдает микроскопические изображения образца. Сканирующая электронная микроскопия используется для наблюдения и анализа микроструктуры материалов. Она обладает характеристиками большого увеличения изображения, четкого трехмерного изображения и простой подготовки образцов. Можно наблюдать форму, размер, характеристики поверхности и пор, расположение и контактные взаимоотношения между структурами из разных материалов.



Рис. 3.1.2. Образцы каолина и монтмориллонита

В данном исследовании мы провели анализ микроструктуры образцов порошков монтмориллонита и каолинита с использованием растрового электронного микроскопа SEM (Zeiss Sigma 300, Германия) (Рис. 3.1.1).

В области исследований морозного пучения большое влияние на содержание незамерзшей воды и миграцию воды в мерзлой грунте оказывают свойства грунта, а свойства грунта неотделимы от минерального состава. С одной стороны, глинистые минералы в природе улучшают водоудерживающие свойства грунта, тем самым способствуя образованию каналов просачивания воды, с другой стороны, избыток глинистых минералов ослабляет проницаемость грунта и препятствует миграции воды внутри; почва. С целью изучения различий в

микроструктуре различных глинистых минералов использовались для экспериментов по наблюдению микроструктуры два глинистых минерала — каолин и монтмориллонит.

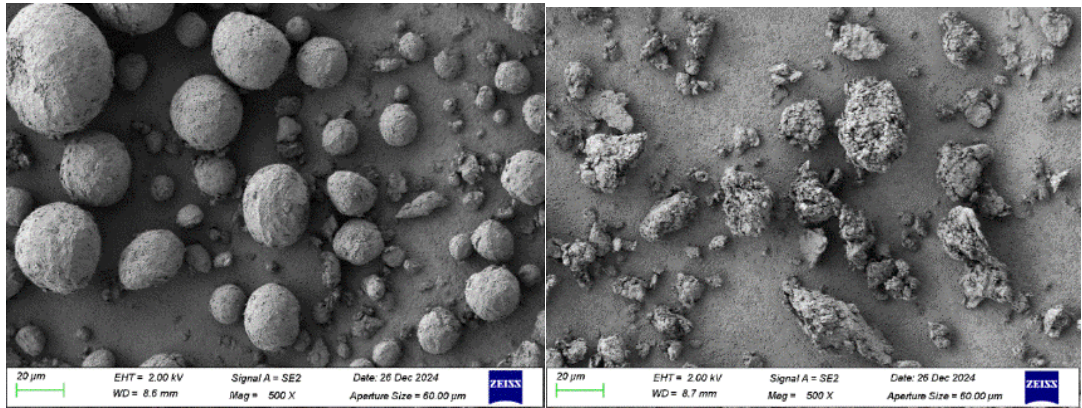
Сначала готовится образец, а затем помещается в камеру образца сканирующего электронного микроскопа (рис. 3.1.2.). При сборе изображений следует избегать частей с более крупными частицами и выбирать для съемки частицы с типичной структурой, чтобы полученные изображения были более репрезентативными.



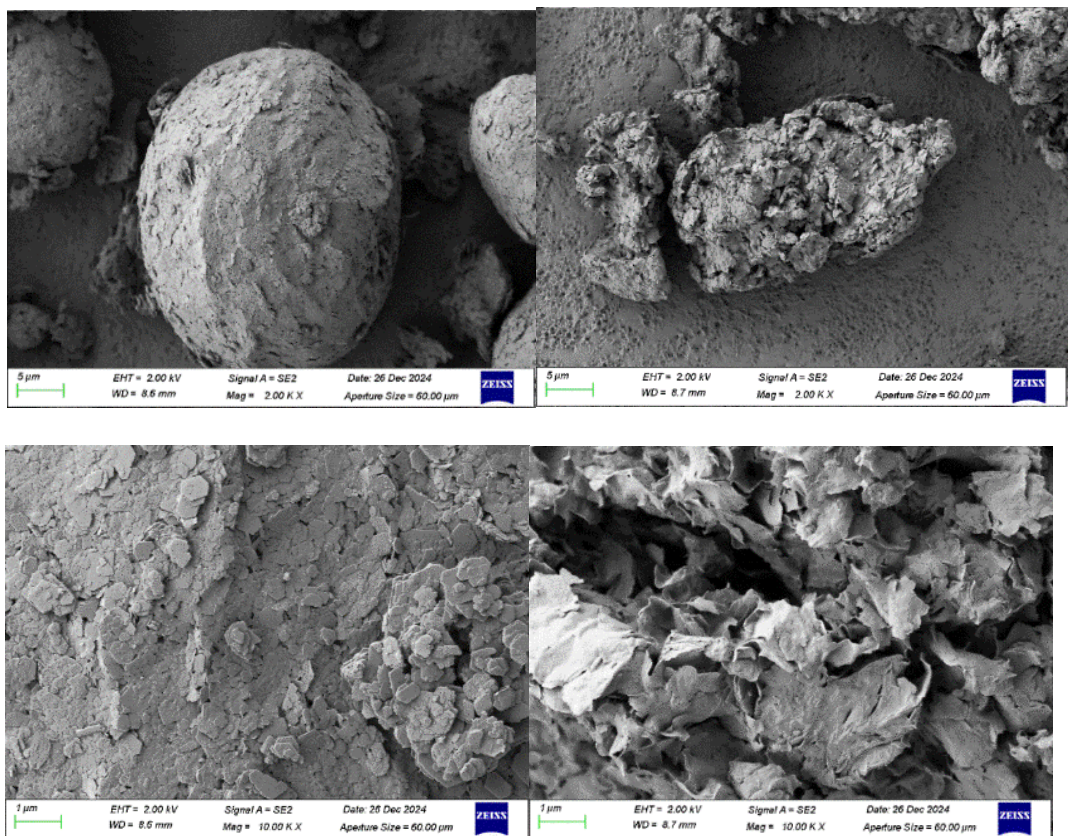
Рис. 3.1.2. SEM (Сканирующий электронный микроскоп)

После увеличения в 500, 2000 и 10000 раз соответственно (рис.3.1.3) получается четкое изображение структуры поверхности образца.

Из изображения, показанного на рисунке 3.1.3, видно, что общее распределение минеральных частиц каолина и монтмориллонитовой глины является случайным, а характеристики структуры связи между собой не очевидны. Наблюдение за морфологией поверхности частиц показало, что контакт между частицами каолина более плотный, а структурный слой, образованный частицами, имеет характеристики укладки в определенном направлении (каолин в 6000 раз и в 12000 раз). Монтмориллонит имеет очевидную независимую зернистую структуру в поле микроскопа, а структура частиц относительно рыхлая (рис. 3.1.3). При условии увеличения в 12 000 раз можно четко наблюдать характеристики структуры частиц и обнаружить, что монтмориллонит имеет определенную слоистую структуру и закрученную форму.



(a) Мезоморфологические результаты глинистых минералов при малом увеличении



(b) Результаты микроскопической морфологии глинистых минералов при большом увеличении

Рис. 3.1.3. Снимки SEM глинистых минералов при большом увеличении (Слева монтмориллонит, справа каолин)

Каолинит целенаправленно выбран в качестве ключевого материала для исследования морозного пучения по следующим причинам:

1. Уникальная микроструктура, ограничивающая гидратацию. Частицы каолинита образуют жёсткую сетевидную структуру со стабильными контактами между минералами, что существенно затрудняет проникновение воды в гранулярную матрицу. Следовательно,

учитывая, что большая часть воды в каолине находится в минеральной матрице в свободном состоянии, относительно большее количество незамерзшей свободной воды создаст больше каналов просачивания для мигрирующей воды и будет способствовать морозному пучению.

2. Структура каолина очень стабильна, с очень небольшим количеством межслоевой воды. Большая часть воды в каолине находится в форме свободной воды. В этой среде в грунте имеется больше каналов просачивания. очевидно, что каолин также создаст условия, способствующие миграции воды, поэтому его плохая гидрофильность вызывает большое морозное пучение.

Экспериментальное оборудование.

В данном исследовании для испытаний использовалась самодельная система одностороннего испытания грунта на морозное пучение. Система и принцип тестирования показаны на рисунке 3.1.4. Конфигурация односторонней системы испытаний на морозное пучение: 1) система устройств постоянной температуры, система контроля температуры по границам ; 2) система испытаний при низких температурах(криостат); 3) система сбора данных.



Рис. 3.1.4. Фотография экспериментальной системы

Как показано на рисунке 3.1.5, морозильная камера была преобразована в термостатируемый бокс, чтобы исключить нарушение температурного поля образца из-за колебаний температуры окружающей среды и проводить испытания на морозное пучение в условиях относительно стабильной температуры.

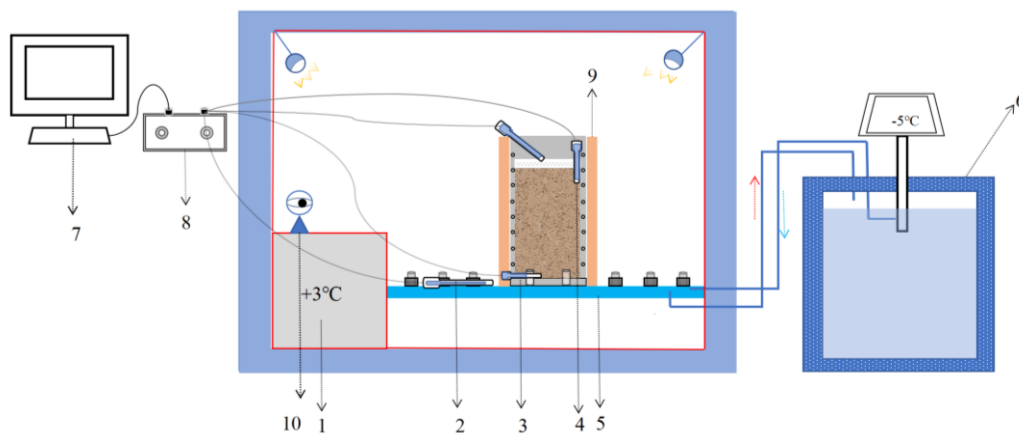


Рис.3.1.5. Аппарат для экспериментального изучения морозного пучения:

(1). Центр управления температурой термостата; (2). Датчик температуры (на пластине термостата); (3). Датчик температуры (помещенный внутрь образца на 5 мм снизу); (4). Датчик температуры (помещенный на верхнюю поверхность образца); (5). Пластина термостата; (6). Система управления температурой термостатической пластины; (7). и (8). Система сбора данных; (9). Изоляционный материал.

Для точного контроля температуры холодного и теплого концов образца используется холодная ванна с постоянной температурой. Система сбора данных состоит из двух частей: прибора сбора данных и связанных с ним датчиков. Регистраторы данных измеряют напряжение, ток и сопротивление. Датчик представляет собой игольчатый датчик, основанный на принципе отрицательного температурного термистора. Его диапазон измерения составляет -50°C — 150°C . После калибровки точность может достигать $0,1^{\circ}\text{C}$. Он имеет высокую стабильность и используется для измерения в реальном времени температуры в различных местах образца грунта во время испытания.

Процесс проведения экспериментов.

Для экспериментов по миграции воды использовалась каолиновая глина. По сравнению с монтмориллонитовой глиной сетчатая микроструктура частиц каолина делает менее вероятным проникновение воды в ее структуру, удерживает больше свободной воды, более благоприятна

для миграции воды и более пригодна для использования при изучении характера замерзания и набухания грунта. Физические параметры экспериментального грунта были определены в лабораторных условиях в соответствии с положениями российского стандарта ГОСТ 20276-2012, а основные свойства грунта приведены в таблице 3.1.1.

Таблица 3.1.1 Физические свойства образца

Физические свойства образца								
№ образца	Влажность предела текучести, %	Влажность предела пластичности, %	Начальная влажность, %	Объемная влажность, %	Плотность твердых частиц грунта, г/см ³	Начальная плотность грунта, г/см ³	Плотность скелета грунта, г/см ³	Пористость, %
1	62.8	36.6	56.1	58.9	2.70	1.64	1.05	61
2			50.2	57.2		1.71	1.14	58
3			49.3	55.8		1.69	1.13	58

Перед экспериментом образцы грунта перемешивали, чтобы сделать их однородными, и помещали в закрытые контейнеры на 48–96 часов для уплотнения и осушения до проектной влажности, строго контролируя высоту и качество загружаемого грунта каждый раз. Как показано на рисунке 3.1.5, образцы грунта помещали в термостат на 6 часов для достижения заданной температуры (+3 °С), чтобы обеспечить равномерное распределение температуры образцов грунта.

Таблица 3.1.2 Граничные условия эксперимента

№ образца	Начальная высота, см	Конечная высота, см	Деформация пучения, см	Относительная деформация морозного пучения Eth, д.е.	Температура снизу, град.	Температура сверху, град.
1	15	17.2	2.2	0.13	-10	+3
2	15	16.4	1.4	0.09	-5	+3
3	15	17.3	2.3	0.13	-10	+3

Датчики температуры помещали внутрь образца грунта, на поверхность холодного конца образца грунта и на нижнюю пластину, чтобы гарантировать, что температурные условия соответствуют проектным требованиям. Наконец, при заданных экспериментальных условиях (как показано в таблице 3.1.2) проводились закрытые эксперименты по одностороннему замораживанию в течение 3–4 дней для изучения процесса миграции воды при различной

начальной влажности при различных температурных градиентах. Процесс морозного пучения глины представляет собой сложный процесс, в котором взаимодействуют поле влаги, поле температуры и поле напряжений. Как показано на рисунке 3.1.6. перед замораживанием образца поддерживалась температура окружающей среды на уровне $+3^{\circ}\text{C}$.

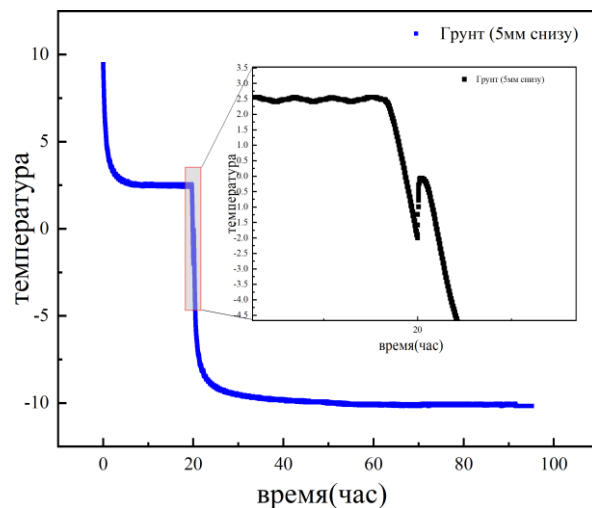
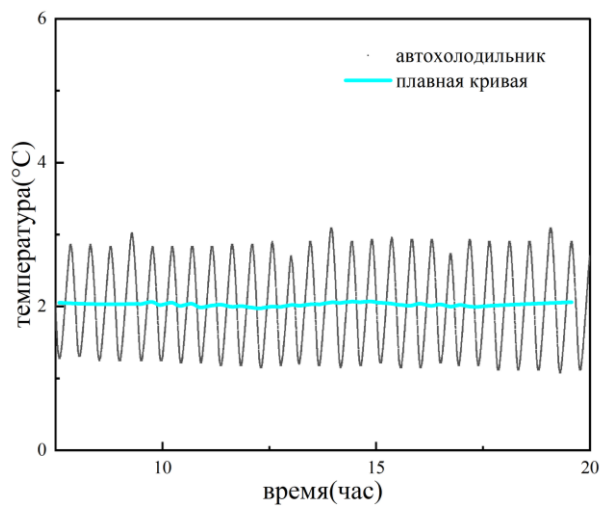
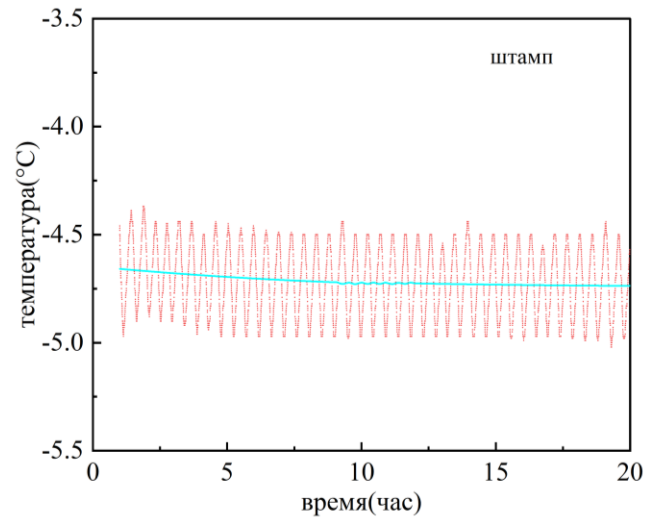


Рис.3.1.6. Данные датчика температуры.

Затем, когда температура датчика температуры в образце становилась также равна $+3^{\circ}\text{C}$, это означало, что по температуре образец достиг однородности. Затем устанавливалась нижняя граница температуры в -5°C или -10°C . В это время температура датчика быстро падала до заданной температуры.

Для экспериментов с одноосным сжатием, при соблюдении граничных условий, необходимо приложить постоянную нагрузку. В нашем случае верхней границе образца задана температура — -5°C , нижней границе — $+1^{\circ}\text{C}$, и приложена постоянная нагрузка 100 кПа. В результате были получены экспериментальные данные по деформациям морозного пучения под нагрузкой.

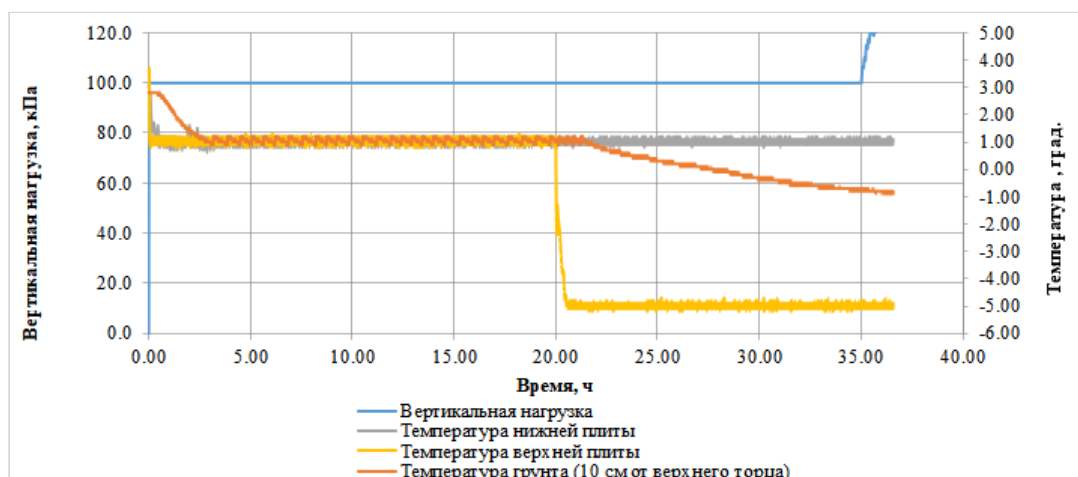


Рис.3.1.7. Граничные условия для экспериментов с одноосным сжатием мерзлых грунтов

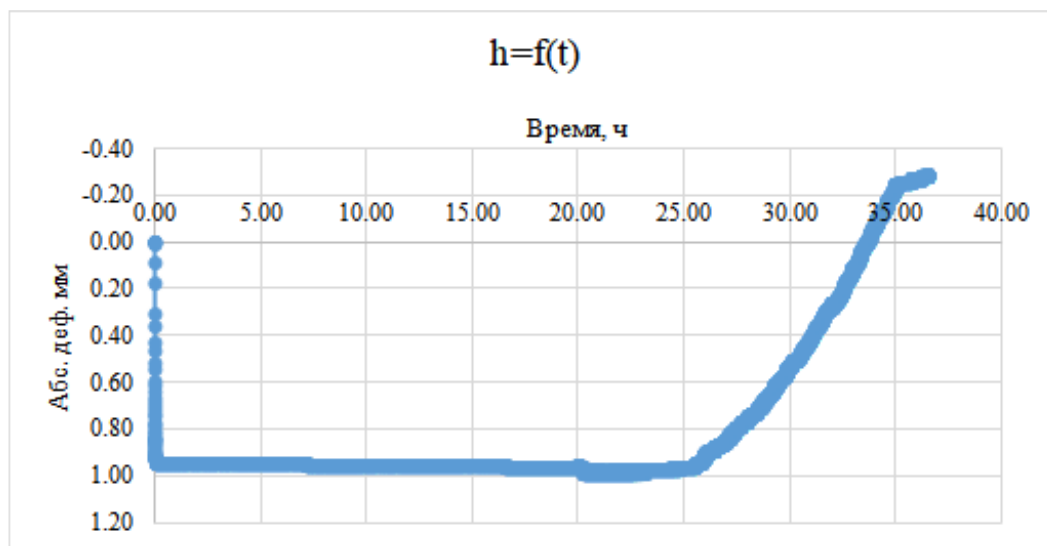


Рис.3.1.8. Результаты деформаций морозного пучения при одноосном сжатии мерзлых грунтов

Температура, регистрируемая датчиком температуры, колеблется равномерно, поэтому при построении модели мы задаем граничные условия средним значением колебаний. Изменения

температуры внутри грунта показаны на последнем рисунке ниже. После падения температуры грунта наступает этап повышения температуры. Это вызвано скрытой теплотой фазового перехода, генерируемой фазовым переходом льда и воды. Затем температура продолжает снижаться, приближаясь к 0°C , и этот пик мы считаем начальной температурой заморзания грунта. Его значение часто меньше 0.

Когда температура насыщенной глины ниже температуры заморзания, часть поровой воды заморзнет и превратится в поровый лед; А между льдом и внешней поверхностью частиц грунта находится слой незамерзшей водной пленки. В мерзлой грунте жидкая вода из незамерзшей области мигрирует в заморзшую область, пополняя жидкую воду, уменьшенную при заморзании в заморзшей области, и далее преобразуется в поровый лед. По мере заморзания поровый лед будет постепенно расти и в конечном итоге соединяться друг с другом, образуя ледяные линзы в направлении, перпендикулярном теплопроводности (рис.3.1.9).

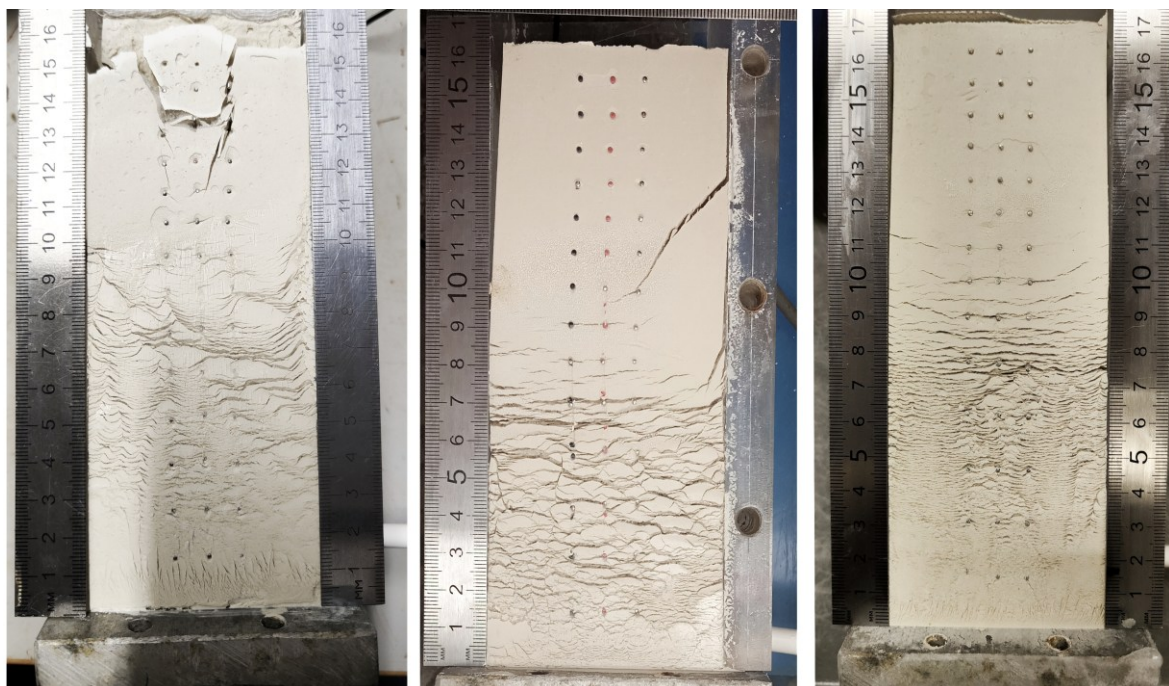


Рис.3.1.9. Результаты морозного пучения каолиновой глины при одинаковой начальной влажности и различных граничных температурах

3.2. Построение модели миграции влаги при промерзании грунта и анализ соответствующих результатов.

Основные управляющие уравнения модели следующие. Дифференциальное уравнение теплопередачи в мерзлом грунте можно записать в виде:

$$C_v \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)}{\partial x} + L \rho_i \frac{\partial \theta_i}{\partial t} \quad 3.2.1$$

L – Скрытая теплота фазового перехода воды (Дж/кг) , $3.33 \times \frac{10^5 J}{kg}$; θ_i -Объемное содержание льда, ρ_i – плотность льда (Дж/кг) , C_v – объемная удельная теплоемкость (Дж/(м³·°C)), λ –теплопроводность (Вт/(м·°C)) , T –температура (°C) , t –время(с).

Дифференциальное уравнение, регулирующее перемещение жидкости в мерзлом грунте, выражается следующим образом:

$$\frac{\partial \left[D(\theta_w) \frac{\partial \theta_w}{\partial x} - k(\theta_w) \right]}{\partial x} = \frac{\rho_i}{\rho_w} \frac{\partial \theta_i}{\partial t} + \frac{\partial \theta_w}{\partial t} \quad 3.2.2$$

где $D(\theta_w)$ – коэффициент диффузии воды ненасыщенного грунта (с м²/с у т) .

$$\begin{cases} D(\theta_w) = \frac{k(\theta_w)}{C_w} I \\ I = 10^{10\theta_i} \end{cases} \quad 3.2.3$$

В формуле I представляет собой коэффициент замедления, который отражает тормозящее влияние порового льда на миграцию поровой воды, C_w — удельная емкость воды (1/м) , $C_w = \frac{d\theta_w}{d\psi}$

$$S = \frac{\theta_w - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \left[\frac{1}{1 + (ah)^n} \right]^m \quad 3.2.4$$

$$\theta_w = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{\left[\frac{1}{1 + (ah)^n} \right]^m}$$

$$K_r(S) = (S)^{\frac{1}{2}} \left[1 - \left(1 - (S)^{\frac{1}{m}} \right)^m \right]^2 \quad 3.2.5$$

$$K(\theta_w) = K_r \cdot K_s$$

Здесь a, m, n , θ_r, θ_s — все параметры модели проницаемости VG, которые можно получить из кривой SWCC, K_r — относительная гидравлическая проводимость, K_s — насыщенная гидравлическая проводимость (Zhou Bicheng et al., 2024).

Связующим уравнением для приведенных выше дифференциальных уравнений в частных производных является изменение содержания незамерзшей воды в зависимости от температуры; это эмпирическое уравнение:

$$B = \frac{\theta_i}{\theta_w} = \begin{cases} 1.1 \left\{ \frac{T}{T_f} \right\}^a - 1, T < T_f \\ 0, T > T_f \end{cases} \quad 3.2.6$$

Где θ_i — объемное содержание льда, θ_w — объемное содержание воды, T_f — начальная температура замерзания. В формуле a — эмпирические константы, связанные с качеством грунта, полученные путем аппроксимации экспериментальных данных. Температура замерзания T соответствует начальной влажности θ_0 .

Формула давления поровой воды выглядит следующим образом:

$$p_{w1} = \frac{L_f \cdot T}{V_w T_0}; \quad p_{w2} = \frac{L_f}{(V_i - V_w) T_0} \cdot T \quad 3.2.7$$

$$P_w = \begin{cases} \frac{1}{\left(\frac{1}{\rho_w} + \frac{1}{B\rho_i}\right)} L_f \ln \frac{T + 273.15}{T_0 + 273.15}, T_{sep} < T \leq T_0 \\ \frac{1}{\left(\frac{1}{\rho_w} + \frac{1}{B\rho_i}\right)} \left(L_f \ln \frac{T + 273.15}{T_0 + 273.15} + \frac{P_{por}}{\rho_i n (1 - s_w)} \right), T \leq T_{sep} \end{cases} \quad 3.2.8$$

Где T — температура водной фазы в градусах Цельсия; T_0 — температура замерзания чистой воды в градусах Кельвина (3.2.7); где ρ_w и ρ_i — плотности воды и льда; θ_i — объемное содержание льда; θ_w — объемная влажность за счет незамерзшей вод; L_f — скрытая теплота плавления; T_0 — начальная температура замерзания грунта в градусах Цельсия; T — температура грунта в градусах Цельсия; T_{sep} — температура образования ледяных линза в градусах Цельсия; P_{por} — поровое давление; s_w — водонасыщение за счет незамерзшей воды; n — пористость; B — соотношение твердой и жидкой фаз (3.2.8).

Чтобы решить приведенное выше уравнение, нам необходимо получить соответствующие значения параметров. В процессе решения учитывались такие факторы, как скрытая теплота фазового перехода воды, миграция влаги и теплопроводность в грунте, что отражало физическую природу водно-тепловой миграции в процессе замерзания насыщенной глины. Кроме того, для насыщенной глины содержание незамерзшей воды θ_w имеет однозначное соответствие с температурой. Таким образом, на основе рассчитанного содержания незамерзшей воды θ_w и объемного содержания льда θ_i можно получить профиль влажности: $w = \frac{\rho_w \theta_w + \rho_i \theta_i}{\rho_d}$.

В таблице 3.2.1 приведен пример основных параметров численной модели для образца 2. Физические параметры льда и воды, такие как плотность, теплопроводность λ , теплоемкость C

и скрытая теплота фазового перехода L_f , являются общепринятыми физическими параметрами и взяты из литературы (Taber, 1930).

В таблице выше представлены основные параметры модели. Они включают две группы: термодинамические параметры и гидравлические параметры (Zhou Bicheng et al., 2024). Среди них: начальная температура замерзания; начальная степень насыщения; влажность при полном насыщении; сухая плотность грунта - определяются экспериментально.

Таблица 3.2.1 Параметры и значения для численного моделирования

Параметры	Численное значение	Физический смысл
C_s (кДж · кг ⁻¹ · К ⁻¹)	0.89	удельная теплоёмкость частиц
C_w (кДж · кг ⁻¹ · К ⁻¹)	4.1	удельная теплоёмкость воды
C_i (кДж · кг ⁻¹ · К ⁻¹)	2.1	удельная теплоёмкость льда
λ_s (Дж · м ⁻¹ · с ⁻¹ · К ⁻¹)	1.39	теплопроводность грунта
λ_w (Дж · м ⁻¹ · с ⁻¹ · К ⁻¹)	0.56	теплопроводность воды
λ_i (Дж · м ⁻¹ · с ⁻¹ · К ⁻¹)	2.24	теплопроводность льда
L_f (кДж/кг)	334.56	скрытая теплота плавления
ρ_i (кг/м ³)	917	плотность льда
ρ_w (кг/м ³)	1000	плотность воды
ρ_s (кг/м ³)	1740	плотность грунта
k_s (м/с)	$3.63 \cdot 10^{-8}$	коэффициент фильтрации
T_0 (°C)	-0.16	начальная температура
θ_s	0.58	объёмная влажность при
θ_r	0.04	остаточная объёмная
a	2.59	параметры модели VG
m	0.22	параметры модели VG
l	0.5	параметры VG
B	0.56	постоянная величина

Термодинамические параметры льда и воды (плотность, теплопроводность, удельная теплоёмкость) являются известными величинами. Термодинамические параметры грунтовых частиц (теплопроводность и удельная теплоёмкость) могут быть получены из литературы. На рисунке ниже представлены термодинамические параметры различных типов грунтов из литературы (Zhou Bicheng et al., 2024).

В предыдущем разделе, в уравнении массопереноса, мы использовали модель VG и ввели коэффициент запаздывания. Формула для расчёта коэффициента запаздывания взята из

литературы; он непосредственно связан с содержанием льда и не требует введения новых параметров (Zhou Bicheng et al., 2024).

Следовательно, требуется определить только гидравлические параметры модели VG. Обычно, при отсутствии экспериментальных возможностей, эти параметры грунта могут быть получены из литературы. К ним относятся: влажность при полном насыщении; остаточная влажность; параметры модели VG: $a, m, l, \theta_r, \theta_s$. Наиболее критичный параметр — коэффициент фильтрации насыщенного грунта — берётся непосредственно из модели Гарднера. Однако это значение не является точным (при проведении численного моделирования параметр требует корректировки для достижения оптимальных результатов) (Таблица 3.2.1). Параметры $a, m, l, \theta_r, \theta_s$, связанные с кривой водоудержания почвы (КВП), являются эмпирическими и определяются экспериментальным путём посредством проведения испытаний на получение КВП. При отсутствии экспериментальных данных допустимо использование значений, приведённых в научной литературе для аналогичных типов грунтов. Однако для обеспечения более точных результатов моделирования необходимо проводить экспериментальное определение характеристической кривой для каждого конкретного образца грунта. (Zhou Bicheng et al., 2024).

В приведённой ниже таблице показаны гидравлические параметры различных типов грунтов, полученные из этой литературы (Ning, et al., 2012). При наличии экспериментальных данных все гидравлические параметры могут быть получены с помощью испытаний КВГ (кривой водоудержания грунта) в сочетании с моделью фильтрации VG, что значительно повышает точность результатов численного моделирования (Zhou Bicheng et al., 2024).

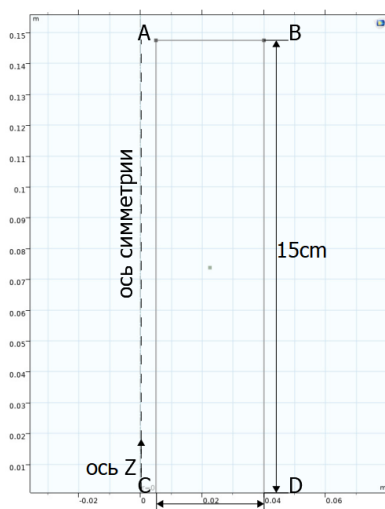
Таблица 3.2.1 Гидравлические параметры материалов (Ning et al., 2012)

материалы	$a/\text{кПа}^{-1}$	m	l	θ_s	θ_r	k_s
Пылеватая глина	2.59	0.22	0.5	0.5	0.02	10^{-8}
гравелистый песок	0.66	0.14	0.5	0.42	0.05	9.62×10^{-5}
выветрелый аргиллит	2.65	0.26	0.5	0.42	0.05	10^{-7}

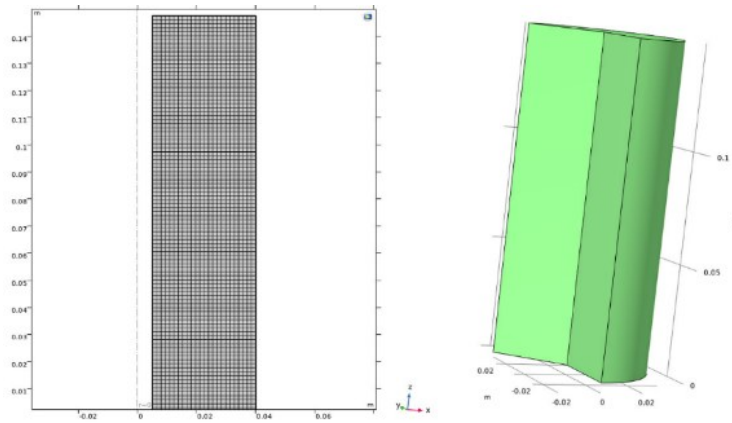
Начальная объемная влажность θ_s -0,58, плотность грунта после уплотнения - 1,74 г/см³, грунт водонасыщенный, данные параметры получены экспериментальным путем. Начальную температуру замерзания T_f — 0,16°C можно получить, рассчитав эмпирические уравнения согласно литературе (Xu et al. 2010). Остаточное объемное содержание влаги θ_r — 0,04, получено из литературы (Vidyarin I.Y., 1999), насыщенное объемное содержание влаги θ_s -0,58, получено из экспериментов. Удельная теплоемкость частиц грунта C_s — 0,8 кДж/(кг · °C), теплопроводность грунта λ_s — Вт/(м·°C) пересчитана из литературы (Blight, 1965).

Параметры a, m, n — параметры модели VG, полученные из тюнинга характеристической кривой SWCC, где $m = 1 - 1/n$, конкретная математическая зависимость которой получена из литературы (Hoekstra, 1966). Параметр B обычно получают «методом одной точки» (Xu et al. 2010), при отсутствии экспериментальных данных значение можно принять равным 0,56 для глины (Bai et al., 2015).

Модель конечных элементов показана на рисунке 3.2.1. Испытание на морозное пучение насыщенной глины моделируется в двумерной осесимметричной модели и используется переходное решение (Данный тип решения представляет собой один из видов решений, используемых в программе, наряду с другими, такими как стационарное решение. Однако в данном случае для получения мгновенных изменений результатов в каждый момент времени необходимо выбрать нестационарное (переходное) решение). Диаметр образца грунта - 3,5см, высота $h = 15$ см.



(a) Продольный разрез



(b) Осесимметричная модель

Рис.3.2.1. Вычислительная модель.

Приведённые данные охватывают все исходные источники и методы получения параметров в данном исследовании. Оптимальный подход заключается в следующем: 1) термодинамические параметры берутся из литературы (Xu et al., 2010; Чеверев, 2004); 2) гидравлические параметры определяются путем подбора экспериментальных данных КВГ (Ning, et al., 2012).

Начальные условия: начальное поле температуры однородное, $T_0=+2^{\circ}\text{C}$ (получено из плавной кривой датчика температуры в предыдущей главе); объемная влажность составляет 0,57. При этом образец находится в насыщенном состоянии.

Температурные граничные условия: AC и BD — ось симметрии и адиабатическая граница соответственно; температура холодного конца T_c и температура теплого конца T_w применяются к концам CD и AB соответственно. Граничная температура соответствует температуре, фактически измеренной при испытании (рисунок 3.1.6). граничные условия расчета показаны в таблице 3.2.2. Разработанная модель основана на эксперименте в замкнутой системе, в котором не предусматривалось пополнение влагой. В связи с чем в модели верхняя и нижняя границы заданы как непроницаемые.

Таблица 3.2.2. Граничные условия.

Вид грунта	Настройки температуры($^{\circ}\text{C}$)			Температура в камере	Весовое содержание воды/ (%)		Высота (см)
	Теплый конец	Холодный конец			50	56	
каолиновая глина	+2	-4.75	-10	+2	50	56	15

Граничные условия для миграции влаги: AC и CD — ось симметрии и непроницаемая граница соответственно; AB и BD также являются непроницаемыми границами. Здесь в основном обсуждаются изменения различных физических величин в процессе замораживания вдоль направления оси z. Сетка конечных элементов показана на рисунке 3.2.2.

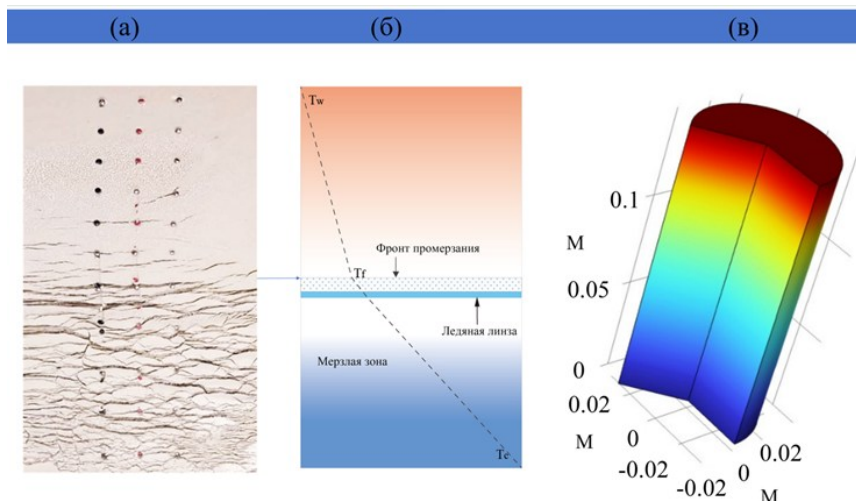


Рис.3.2.2. Рис.10. Схема моделирования:

а – фотография экспериментальной колонки мёрзлого грунта; б – расчётная схема строения грунтовой колонны; в – поле температур.

3.2.1. Численное моделирование температуры, сравнение и анализ с экспериментальными результатами.

Решение для полей температуры и влажности обладает выраженной нелинейностью. Для верификации корректности численного метода проведено сравнение с экспериментальными данными температуры и влажности грунтового образца, полученными в разделе 3.1.1.

Температура является критически важным параметром в процессе замерзания образца. На рис.3.2.2 представлена диаграмма распределения температурного поля внутри модели грунтового образца.

Рис. 3.2.3 демонстрирует сравнение экспериментальных и расчётных температурных данных на расстоянии 1.5 см от холодного конца.

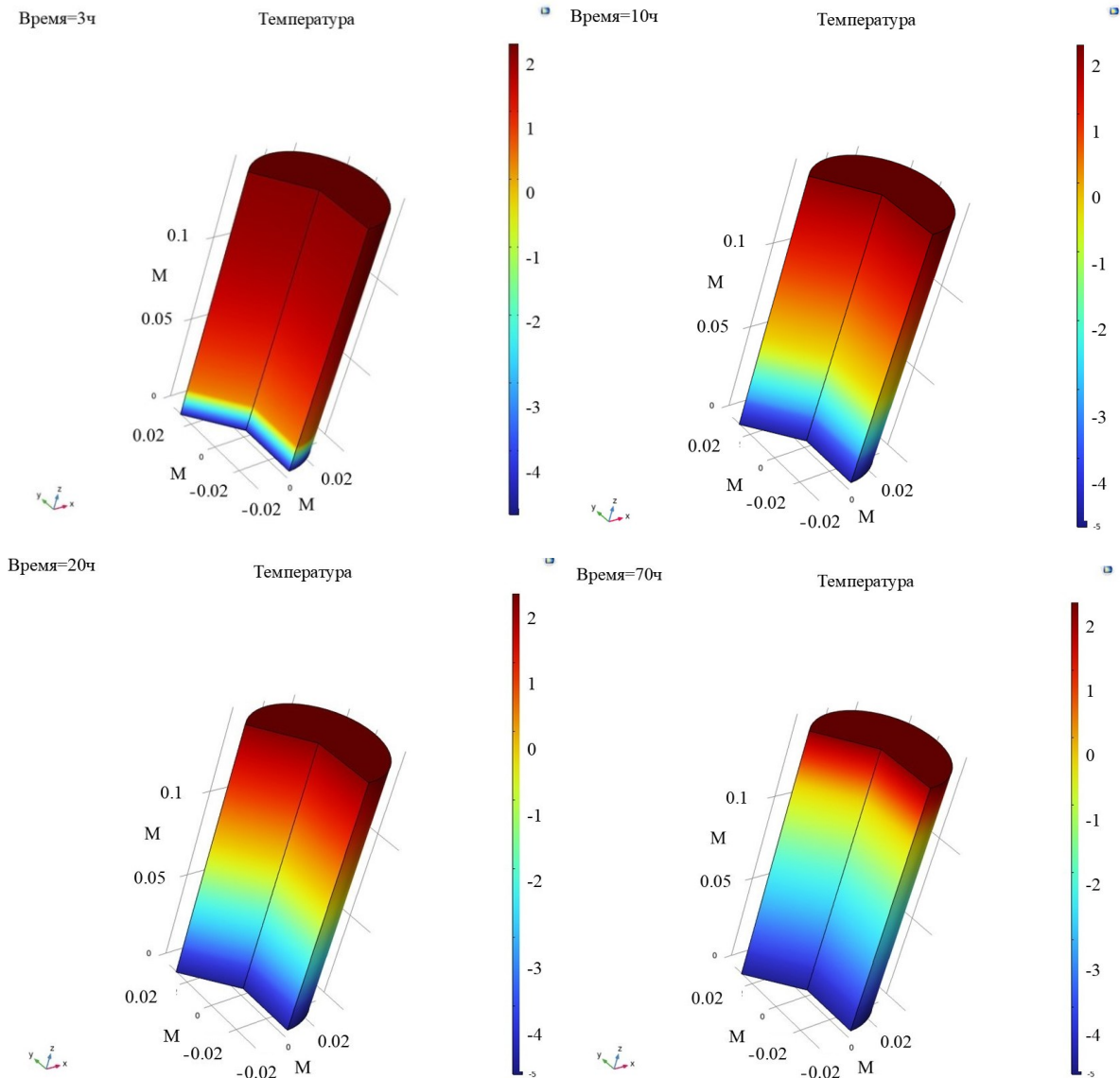


Рис.3.2.2. Карта распределения температурного поля.

Как видно из графика, в численном моделировании наблюдается расхождение между температурой в той же точке и в тот же момент времени, полученной экспериментально. Это может быть связано с начальным состоянием грунта. В эксперименте образец, вероятно, не достиг полного насыщения, и наличие газа в порах грунта привело к значительному снижению теплопроводности. В результате экспериментальная скорость охлаждения оказалась ниже, чем расчётные значения. Для повышения точности моделирования в численные расчёты следует включить газовую фазу.

Кроме того, с течением времени расхождение между расчётными и экспериментальными данными уменьшается, но даже после стабилизации сохраняется остаточная разница. Это объясняется изменением высоты образца вследствие морозного пучения. Также при задании

граничных условий модели для обеспечения сходимости решения температура холодного конца была изменена плавно — с $+3^{\circ}\text{C}$ до -5°C с буферным временем около 30 минут, а не скачкообразно, что также повлияло на результаты моделирования. Кроме того, принцип работы термостатированной плиты приводит к тому, что граничная температура холодного конца не снижается плавно и стабильно до -5°C , а демонстрирует колебания, в то же время граничные условия в моделировании были заданы более идеализированными, что создаёт дополнительное расхождение с экспериментальными данными.

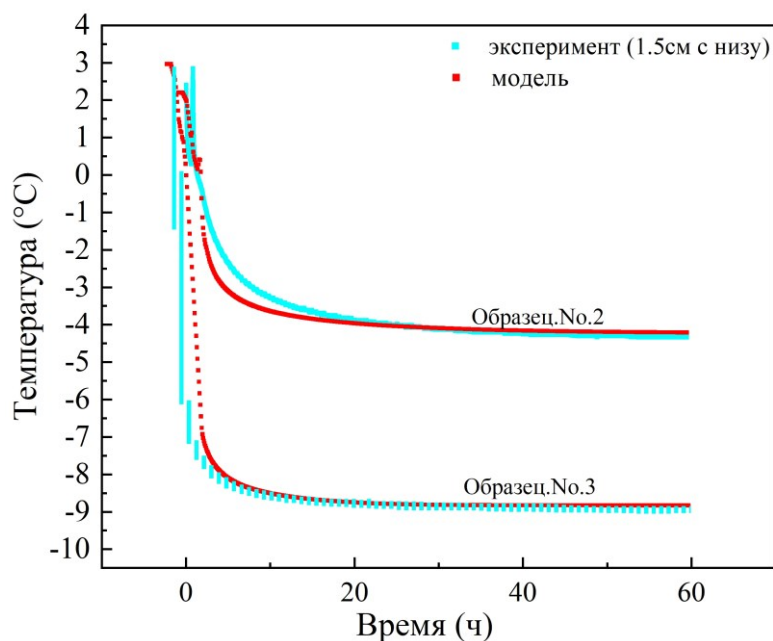


Рис.3.2.3. Сравнение изменений температуры холодного конца образца каолина в эксперименте и моделировании.

Кроме того, с течением времени расхождение между расчётными и экспериментальными значениями уменьшается, но при стабилизации разницы сохраняется остаточное отклонение. Это обусловлено изменением высоты образца из-за морозного пучения грунта и особенностями работы термостатированной плиты. Рис. 3.2.4 показывает зависимость температуры от времени на различных глубинах.

Как видно из графика, в процессе заморозания образца №2 температура постепенно снижалась на всех исследуемых глубинах. В начальной стадии замораживания скорость снижения температуры была высокой, затем замедлялась, пока не достигала стабильного состояния. Чем ближе к нижней поверхности образца, тем быстрее происходило охлаждение: на глубине, близкой к основанию, температура достигала равновесия уже через 5 ч, тогда как в

удалённых от холодного конца зонах (например, на глубинах $z = 2,5$ см, 5 см, 7,5 см, 10 см) для стабилизации температуры требовалось больше времени. Данная закономерность соответствует экспериментально наблюдаемым изменениям температуры.

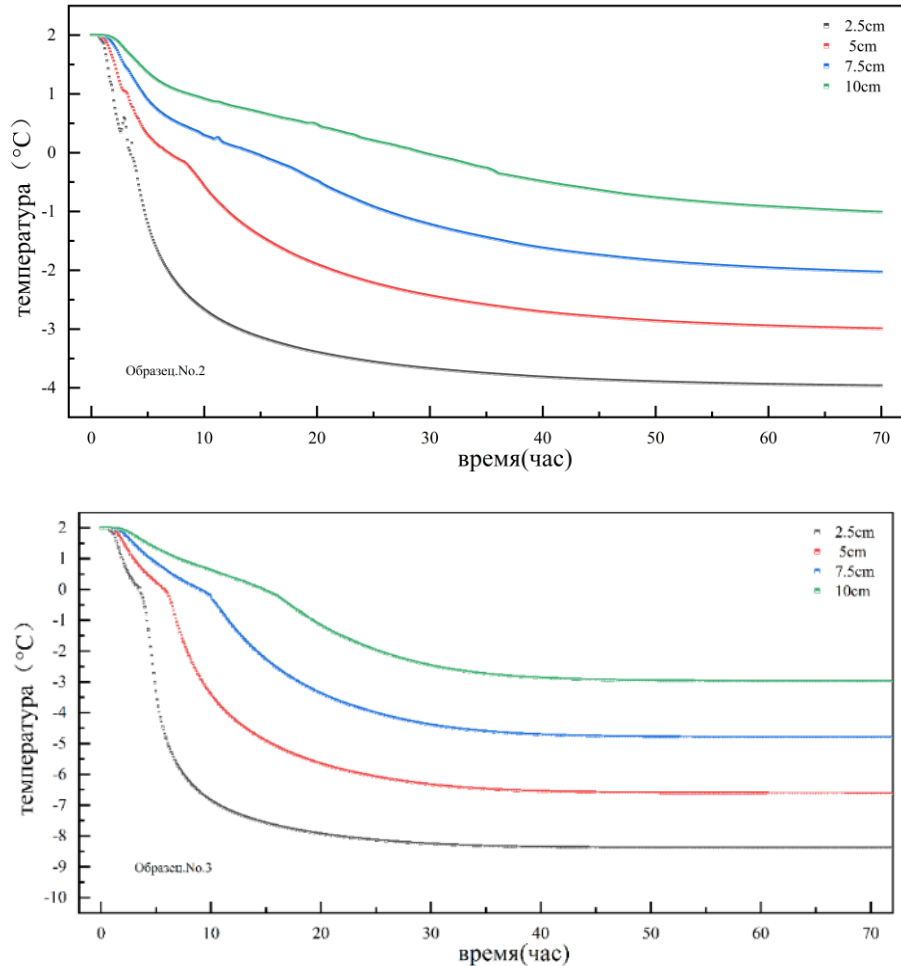


Рис.3.2.4. Зависимость температуры от времени на различных глубинах (образца №2).

На рис. 3.2.5 представлено изменение температуры с глубиной для различных начальных условий и моментов времени. Ниже приведены результаты численного моделирования для образцов №1, №2 и №3.

На примере образца №2 можно отметить, что в начальный период наблюдались незначительные колебания температуры, зафиксированные экспериментальными датчиками. Это может быть связано с выделением скрытой теплоты фазового перехода при кристаллизации воды в лёд. Кроме того, у всех образцов в процессе замерзания температура постепенно снижалась сверху вниз, а распределение температуры в зоне промерзания и незамерзшей зоне демонстрировало различия: в промёрзшей области градиент температуры был более

выраженным, тогда как в незамерзшей зоне — относительно малым. Данная закономерность объясняется скрытой теплотой фазового перехода вода–лёд и различиями в теплопроводных свойствах промёрзших и немерзлых участков грунта.

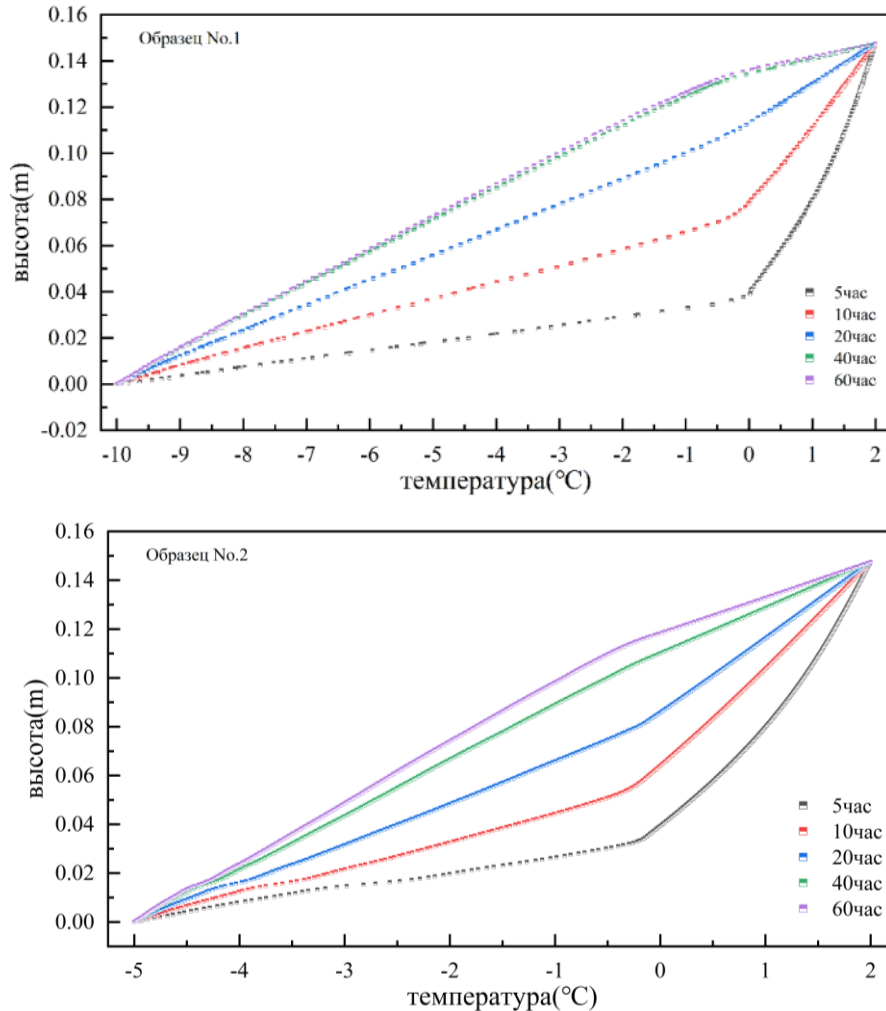


Рис.3.2.5. Изменение температуры с глубиной при различных начальных условиях.

Как показано на рис. 3.2.5 (образец 2), по мере увеличения продолжительности замерзания фронт промерзания постепенно смещается вверх (с уровня 0.2 м до уровня 0.12 м). Выше фронта промерзания расположена незамерзшая зона, ниже — замерзшая зона. Можно наблюдать, что в интервале 20–40 часов и далее 40–60 часов скорость продвижения фронта промерзания снижается. Это объясняется увеличением льдистости в замерзшей зоне, вследствие чего повышается коэффициент теплопроводности и уменьшается температурный градиент. Что касается образца 2, то он отличается от образца 3 только температурными граничными условиями при одинаковой степени насыщения. Наблюдается, что скорость снижения

температуры образца 3 значительно выше, чем у образца 2. При этом фронт промерзания образца 3 практически прекращает продвижение после 40 часов.

После замерзания одинаковой продолжительности (10 часов) распределение температуры по глубине для трёх образцов (1, 2, 3) представлено на рисунке ниже(рис. 3.2.6):

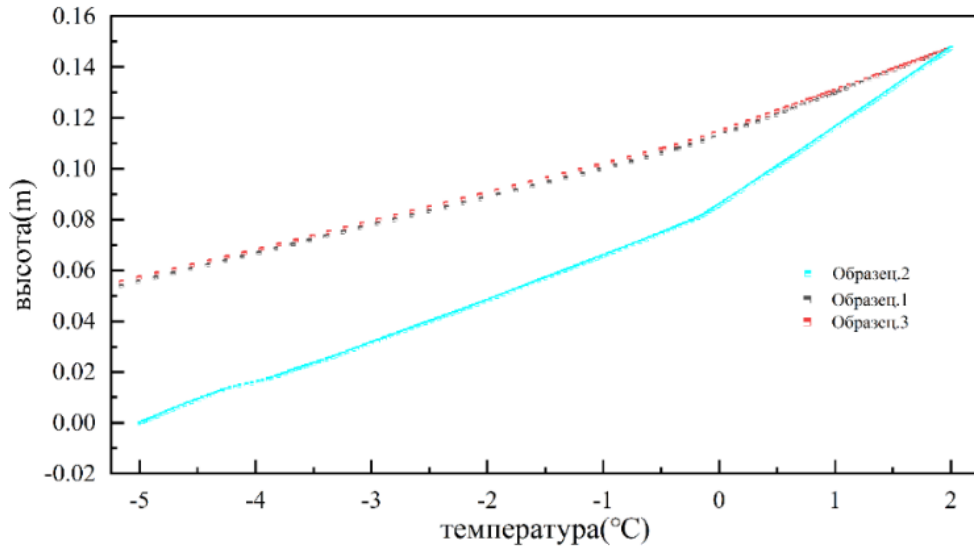


Рис.3.2.6. Изменение температуры с глубиной при различных начальных условиях.

1. При одинаковой начальной степени насыщения более низкая температура холодного конца приводит к увеличению скорости замерзания образцов и росту температурного градиента.

2. При идентичной начальной температуре замерзания более высокая начальная степень насыщения соответствует относительно меньшей скорости замерзания образцов и снижению температурного градиента. Это объясняется тем, что при более высокой начальной влажности грунта в идентичных граничных условиях объемная доля льда в промерзшей зоне возрастает. Это приводит к снижению приведенной теплопроводности (взвешенной по фазовому составу) мерзлого массива, уменьшению температурного градиента и замедлению скорости продвижения фронта промерзания.

3. Для обеспечения близкого к насыщенному состояния всех образцов разница в начальной влажности оказалась незначительной, что обусловлено слабовыраженными различиями температурного градиента.

3.2.2. Численное моделирование влажности, сравнение и анализ с экспериментальными результатами.

На Рис. 3.2.7 представлена карта распределения объемной доли льда в образце 2 после завершения эксперимента. Как видно из рисунка, между незамерзшей и замерзшей зонами сформировалась четкая граница. По сравнению с температурной картой, в пределах промерзшей области наблюдается значительно более высокая объемная доля льда.

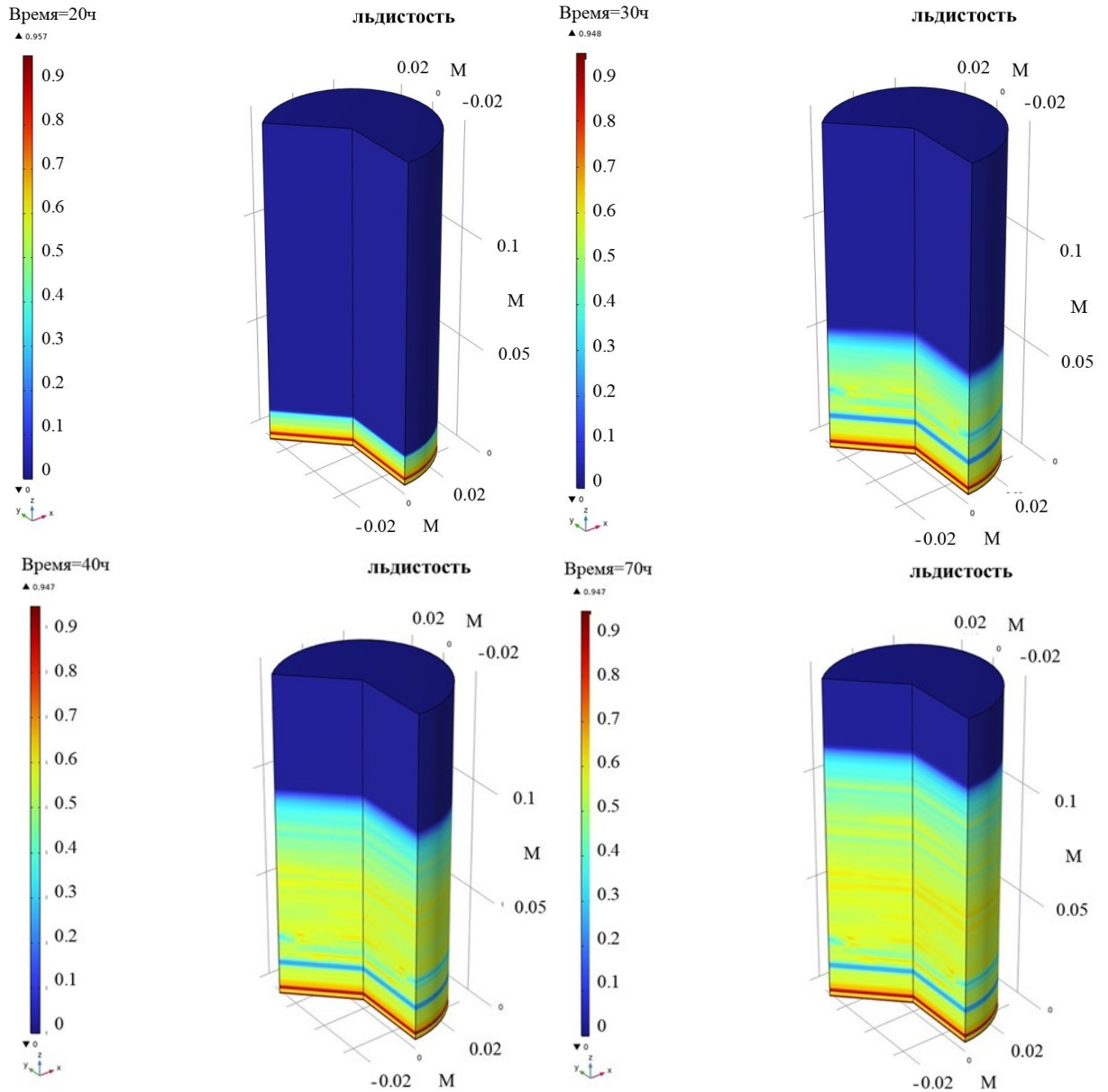


Рис.3.2.7. Пространственное распределение льди́стости в образце каолина

Рис. 3.2.8 демонстрирует распределение объемной влажности незамерзшей воды в грунте после различных периодов промерзания, объемное содержание незамерзшей воды тесно связано с распределением температурного поля.

В талой зоне объемное содержание незамерзшей воды остается постоянным и не зависит от глубины. Однако в промерзающей зоне («кайме») из-за резкого изменения температурного поля оно резко снижается, а затем его изменение стабилизируется.

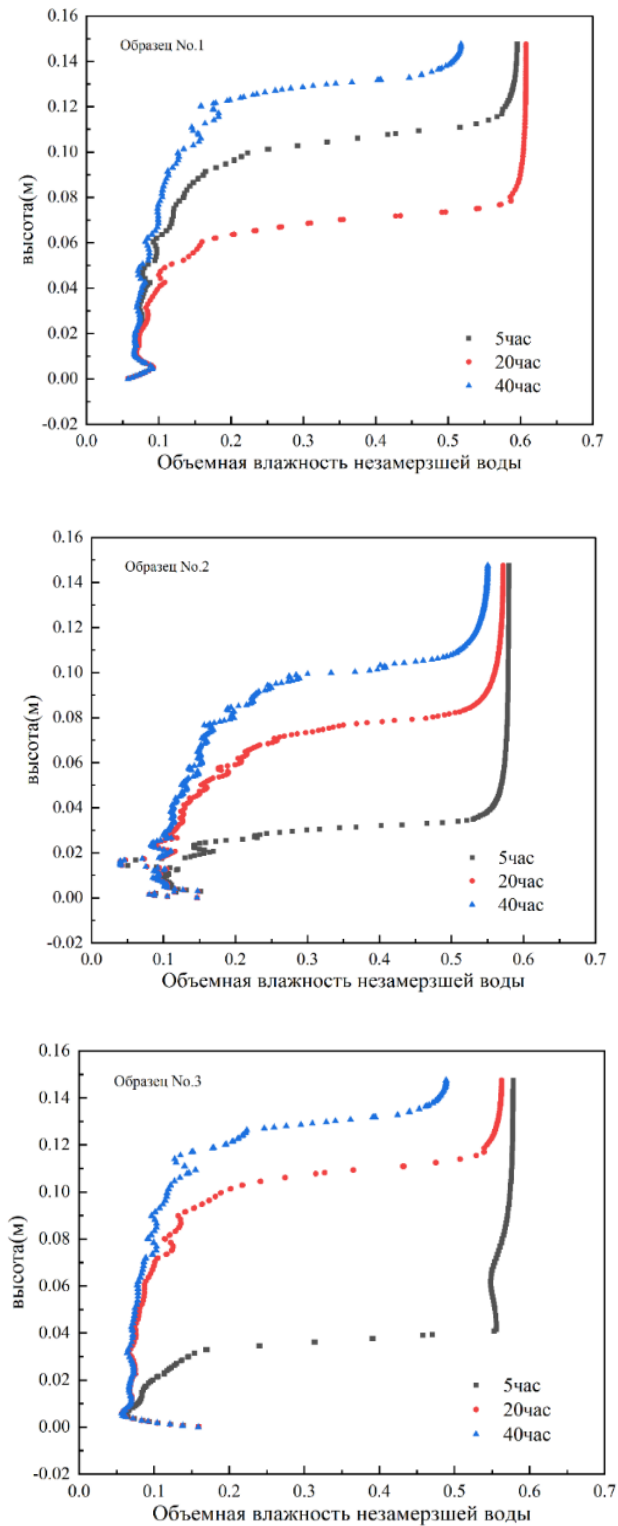


Рис.3.2.8. Изменение содержания незамерзшей воды (θ_w) с глубиной

Наша модель является ненагруженной, на основе результатов, полученных в условиях отсутствия нагрузки. Снижение содержания незамерзшей воды в промерзшей зоне инициирует восходящую миграцию влаги. При допущении, что: 1) скелет грунта не подвержен деформациям;

2) содержание незамерзшей воды является функцией исключительно температуры - в верхней части образца формируется зона с аномально высокой влажностью, превышающей исходное значение при насыщении.

Температурное поле T , содержание незамерзшей воды θ_u и объемное содержание льда θ_i могут быть получены численным моделированием. В процессе расчета учитываются такие ключевые факторы, как: тепловыделение при фазовом переходе воды; миграция влаги; теплопроводность грунта, что отражает физическую сущность сопряженного тепломассопереноса при промерзании водонасыщенного грунта.

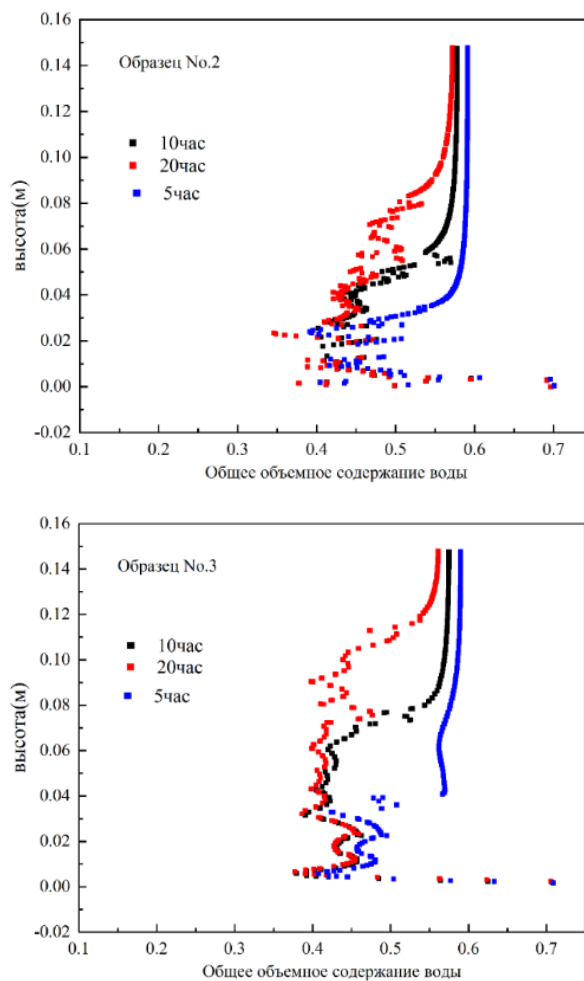


Рис.3.2.9. Общее объемное содержание воды

Кроме того, для водонасыщенного пылеватого суглинка существует однозначная зависимость $\theta_u(T)$. Следовательно, расчетные значения θ_i и θ_u могут быть преобразованы в массовую влажность w по формуле:

$$w = \frac{\rho_i \theta_i + \rho_w \theta_u}{\rho_d}$$

Где ρ_i -плотность льда; ρ_w - плотность воды; ρ_d -плотность сухого грунта. Данный подход позволяет определить конечное распределение влажности по глубине образца.

Как показано на рисунке 3.2.9, в образце No.2 направление замерзания происходит снизу вверх. На фронте замерзания наблюдается минимальный пик общей влажности. Это объясняется следующими процессами:

1. Миграцией незамерзшей воды из незамерзшей зоны в мерзлую приводит к увеличению общей влажности в мерзлой области.

2. Препятствие со стороны зернистого льда: ледяные частицы на фронте замерзания блокируют перемещение воды из незамерзшей зоны в замерзшую.

3. Продолжающаяся нисходящая миграция: внутри уже мерзлой зоны вода продолжает двигаться вниз, что создает двойной эффект - влага на фронте замерзания не успевает восполниться; одновременно происходит отток влаги вниз из этой зоны.

В результате на фронте замерзания формируется область с наименьшим значением общей влажности. При этом в незамерзшей зоне общая влажность постепенно снижается по мере увеличения продолжительности замерзания из-за непрерывной миграции воды.

На рис.3.2.10 представлено сравнение расчетных и экспериментальных данных вертикального распределения общего влагосодержания. Образцом для экспериментов послужила элювиальная палеогеновая каолиновая глина месторождения Глухов и др. (Украина, индекс eP1).

Физические параметры грунта определялись в лаборатории в соответствии с требованиями ГОСТ 5018-2015 «Методы геотехнических испытаний». Основные физико-механические характеристики включали: гранулометрический состав: 1-0.05мм-0.5%; 0.05-0.002мм-44.7%; <0.002мм-54.8%; плотность частиц-2.64 г/см³; плотность грунта-1.2 г/см³; влажность по массе-0.46; удельная теплоемкость грунта-1.25 кДж/(кг·°С); теплопроводность грунта-1.55 Вт/(м·°С); начальная температура замерзания-0.207 °С.

Промерзание каолинитовой глины проводилось при -5 градусах (вверху), другая сторона (внизу) 0 градусов, длина образца 28 см, начальная влажность 45%.

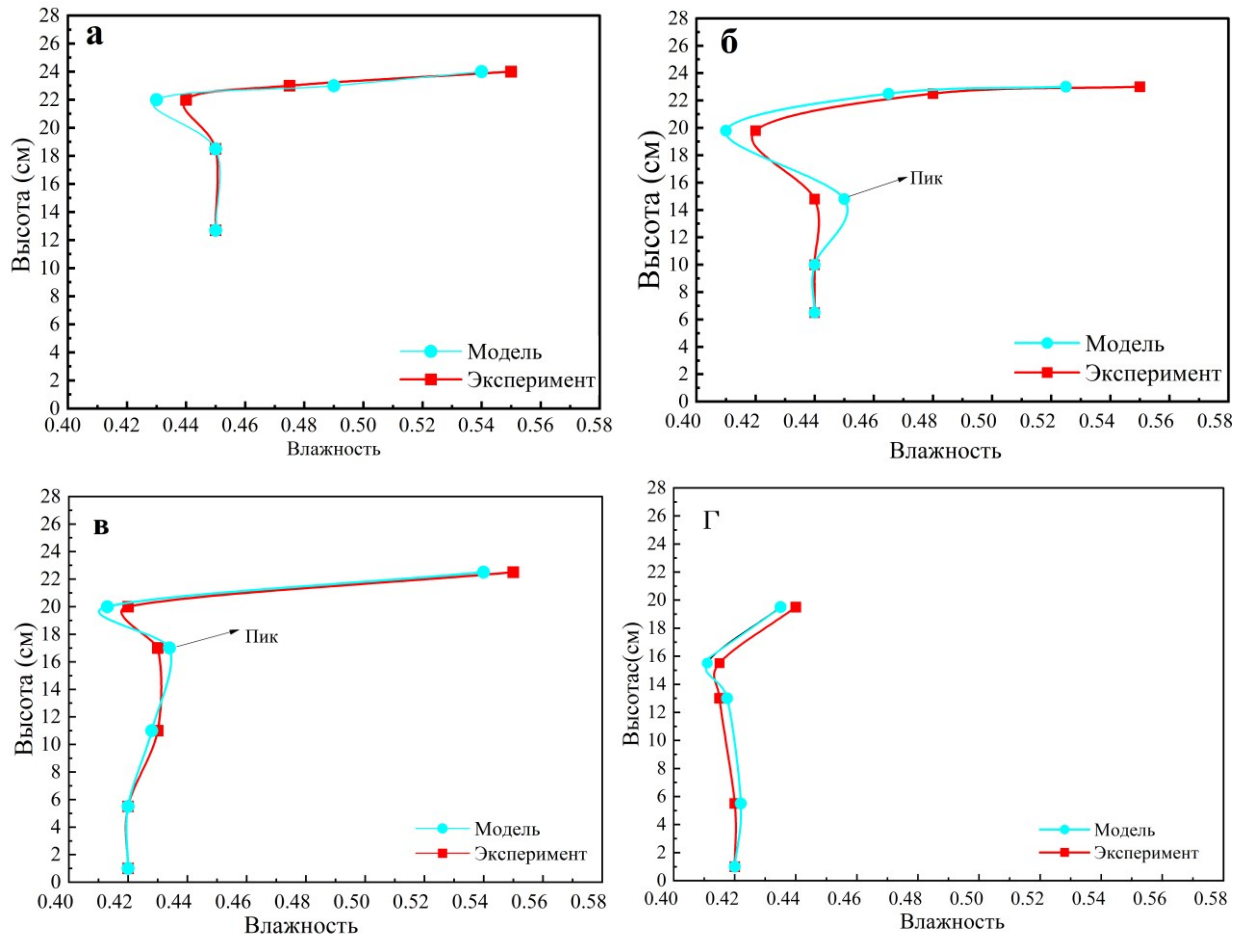


Рис.3.2.10. Изменение влагосодержания во времени по экспериментальным и модельным данным на различных глубинах. Время промерзания составляет: (а) 36 ч, (б) 72 ч, (в) 96 ч и (г) 120 ч соответственно (элювиальная палеогеновая каолиновая глина месторождения Глухов и др. (Украина, индекс eP1))

Образец промерзает сверху вниз. На Рис.3.2.10 показано, что общее влагосодержание в промёрзшей зоне увеличивается вследствие миграции влаги. В нижней части промёрзшей зоны наблюдается локальный максимум влагосодержания, что объясняется следующим: при движении воды из талой зоны к фронту промерзания наличие порового льда в промёрзшей зоне создаёт барьер, ограничивающий миграцию незамерзшей воды вглубь промёрзшей зоны. На примере результатов через 72 и 96 часов можно видеть, что после 72 часов промерзания на высоте приблизительно 14,5 см наблюдается локальный максимум влажности. После 96 часов промерзания локальный максимум влажности появляется на высоте около 17 см.

3.2.3. Численное моделирование деформации морозного пучения, сравнение и анализ с экспериментальными результатами

В предыдущих разделах управляющие уравнения сопряженной гидротермической модели и процедура моделирования не учитывали деформации напряжений в процессе промерзания грунта, поскольку водно-тепло-механическое сопряжение представляет собой сложный процесс. Для исследования морозного пучения грунта необходимо упростить механические свойства мерзлого массива и принять следующие допущения:

1. Морозное пучение вызвано исключительно расширением объема пористого льда после миграции воды.
2. Поровый лед обладает изотропными нормальными свойствами, что приводит к изотропному объемному изменению материала, аналогичному термическому расширению.
3. Частицы грунтового скелета считаются абсолютно жесткими и удовлетворяют базовым требованиям линейной теории упругости.

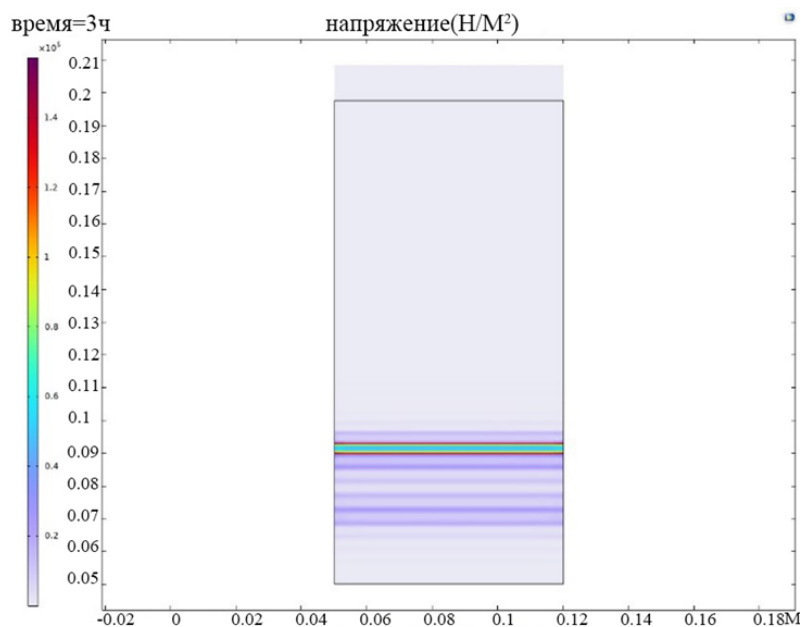


Рис.3.2.11. Схема распределения напряжений (поле напряжений)

Морозное пучение мерзлых грунтов моделировалось с использованием модуля механики твердого тела программного комплекса. Согласно литературным источникам (98), начальная льдистость для начала морозного пучения насыпного грунта принималась равной 2.7%, а для пылеватой глины - 0.3%. Функциональная зависимость между коэффициентом деформации и льдистостью представлена в формулах 3.2.1-3.2.2.

В модуле переменных задаются интерполяционные функции: $\theta_0(x, y)$ - для импорта начальной льдистости; $\theta_i(x, y)$ - для динамического обновления текущей льдистости через глобальные переменные COMSOL, интегрирующие гидротермические расчеты. Алгоритм реализации:

1. Вычислить приращение льдистости: $\Delta\theta(x, y) = \theta_i(x, y) - \theta_0(x, y)$.
2. Конвертировать в коэффициент деформации через встроенную функцию IF: $\eta(x, y) = \text{IF}(\Delta\theta > 0, f(\Delta\theta), 0)$.
3. Назначить полученное поле $\eta(x, y)$ параметру теплового расширения в физическом интерфейсе.

Стационарное моделирование позволяет получить пространственное распределение морозного пучения грунта для заданного временного среза. Визуализация результатов представлена на изоповерхностях напряжений (рис. 3.2.11).

Деформация грунта возникает, когда содержание льда в грунте достигает уровня, при котором начинается процесс морозного пучения. При отсутствии внешней нагрузки мы по-прежнему рассматриваем морозное пучение в рамках теории линейной упругости, а для коэффициента деформации η как функции объемной льдистости принимается следующая зависимость (Taylor, 1978):

$$\eta(x, y) = \begin{cases} 0.089\omega_{\theta_i}(x, y) - 0.03, & \omega_{\theta_i}(x, y) > 0.03 \\ 0, & \omega_{\theta_i}(x, y) < 0.03 \end{cases} \quad (\text{глина}) \quad 3.2.1$$

где $\omega_{\theta_i}(x, y)$ - массовая доля ледяного содержимого:

$$\omega_{\theta_i}(x, y) = 0.9\theta_i(x, y)/\rho(\text{clay}) \quad 3.2.2$$

Результаты эксперимента показали линейное увеличение изменения морозного пучения, в то время как результаты моделирования показали (рис.3.2.12), что морозное пучение сначала изменялось быстрее, а затем увеличивалось линейно и медленно. Тем не менее, окончательные результаты двух моделей находятся в близком согласии. Как видно из результатов для образцов 2 и 3, разница между экспериментальными и модельными результатами по величине промерзания и пучения составляет около 2 мм, что является относительно небольшой величиной ошибки. Когда же содержание воды в грунте выше, чем в образце 1, экспериментальные данные превышают результаты моделирования, а разница между экспериментальными и модельными результатами составляет около 25 %. Это объясняется тем, что во время эксперимента толщина

ледяной линзы, образованной в высоконасыщенном грунте, больше, и вся незамерзшая вода, которая собирается в передней части линзы, замерзает.

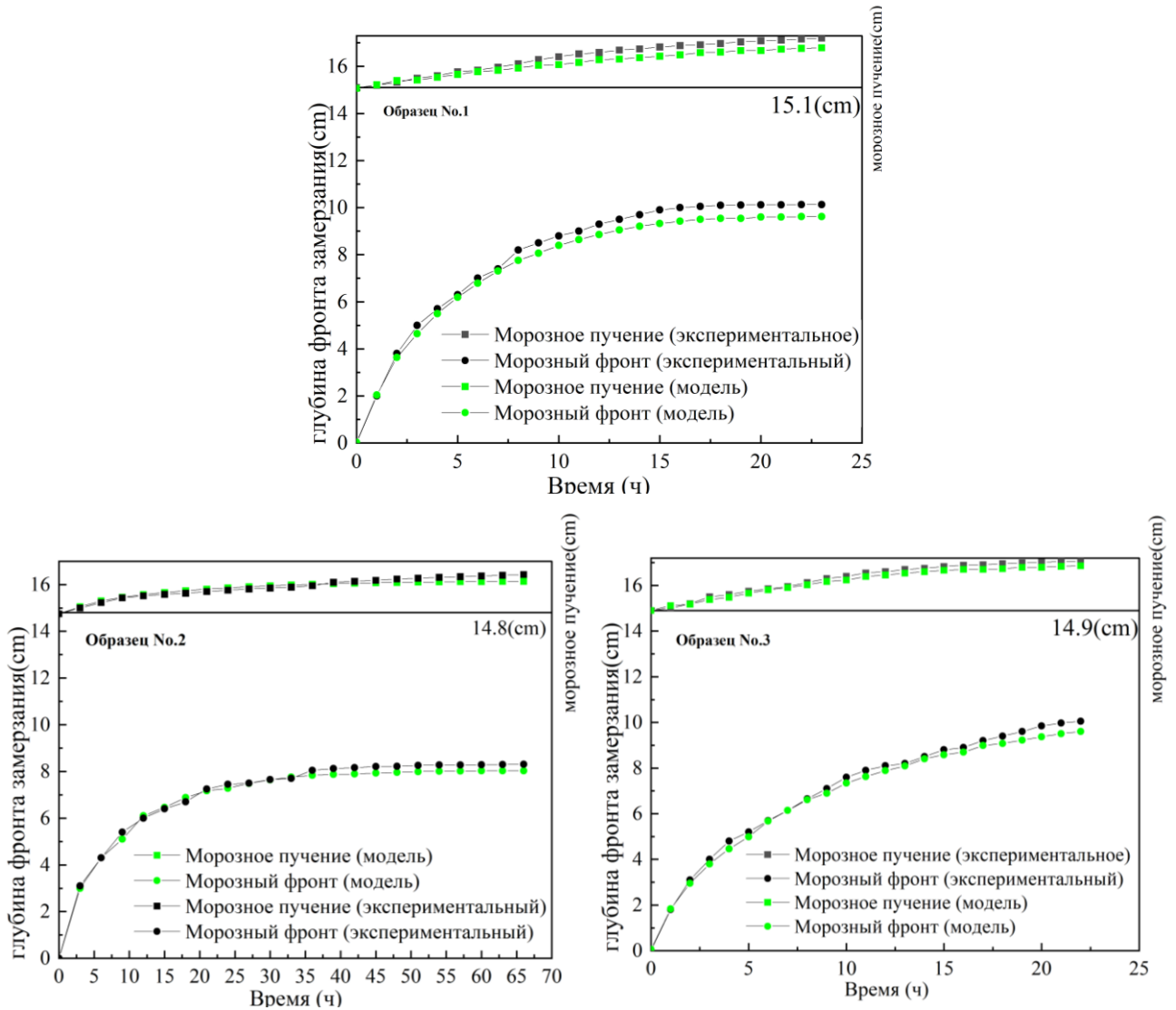


Рис.3.2.12. Сравнение результатов моделирования и экспериментальных данных: зависимость между морозным пучением и глубиной промерзания от времени (каолиновая глина из лаборатории кафедры геокриологии мгу).

Однако модель миграции, использованная при моделировании, показывает, что незамерзшая вода, т.е. остаточное содержание незамерзшей воды, существует независимо от того, насколько низка температура. В результате содержание льда в моделированной зоне заморзания оказывается меньше, чем в реальных экспериментальных результатах, а величина морозного пучения грунта еще меньше. В целом, результаты моделирования постоянно меньше экспериментальных результатов.

Таким образом, модель хорошо согласуется с экспериментальными результатами, когда насыщенность грунта низкая, и разница составляет около 13%; когда грунт насыщен, разница

достигает 25%. Результаты трех экспериментов демонстрируют закономерность: чем ниже степень насыщенности, тем меньше значение разницы. Это объясняется тем, что чем выше степень насыщения, тем толще ледяная линза, образовавшаяся в экспериментальных образцах, и влага собирается в передней части ледяной линзы, чтобы сконденсироваться в лед, в результате чего фактическое расширение при замерзании больше, чем результаты моделирования. В уравнении массопереноса используется модифицированная модель влагопереноса ван Генухтена для описания миграции воды. Данная модель включает гидравлические параметры, взятые из литературных источников, в том числе остаточную влажность, что подразумевает наличие некоторого количества незамерзшей воды даже при очень низких температурах. Однако в зонах с ледяными линзами данная модель влагопереноса имеет недостаток, заключающийся в заниженной оценке содержания льда. Таким образом, модель больше подходит для прогнозирования морозного пучения в ненасыщенных грунтах и грунтах с низкой степенью насыщения (Zhou Bicheng et al., 2024).

3.2.4. Результаты и анализ численного моделирования порового давления воды (без нагрузки)

На рисунке 3.2.13 показаны результаты моделирования динамического давления поровой воды при трех наборах экспериментальных условий (холодный конец находится на нижней поверхности).

Для получения более полных закономерностей было проведено численное моделирование давления поровой воды в ходе однонаправленного замораживания дополнительной группы образцов (с холодным концом на верхней поверхности). Конкретные параметры модели и граничные условия описаны в главе 3.2.2. Образцом для экспериментов послужила элювиальная палеогеновая каолиновая глина месторождения Глухов и др. (Украина, индекс eP1).

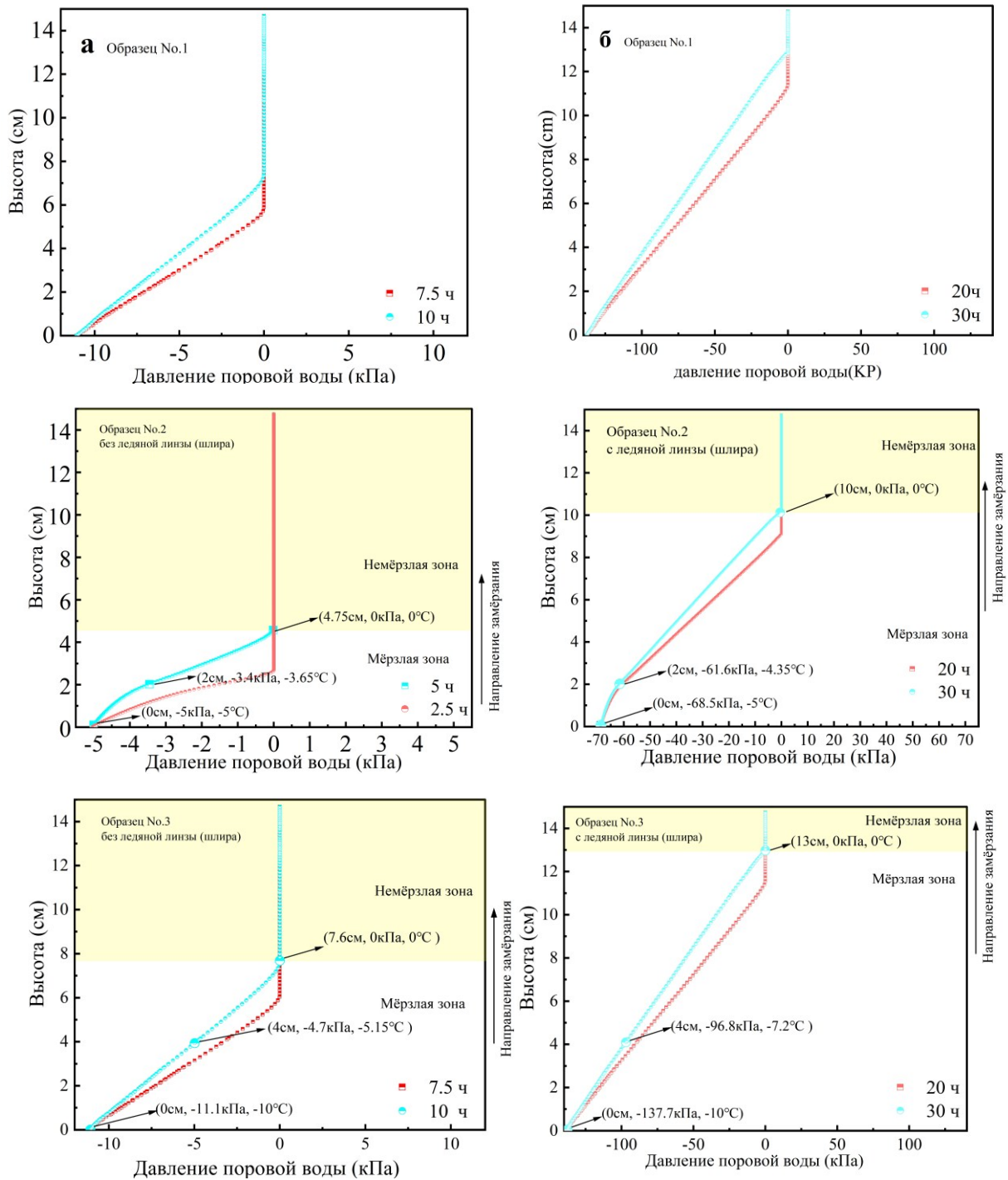


Рис. 3.2.13. Схематическая диаграмма давления поровой воды образца каолиновой глины после замораживания: (а) мерзлый грунт без ледяной линзы и (б) мерзлый грунт с ледяной линзой.

Как показано на рисунке 3.2.14, в процессе заморзания образца грунта, если ледяная линза не образуется (т. е. когда значение давления поровой воды недостаточно для разделения частиц), поровая вода в зоне заморзания постепенно переходит в лед, вызывая расширение объема и морозное пучение. Одновременно с этим содержание поровой воды в незамерзшей зоне уменьшается, создавая отрицательное давление поровой воды. С увеличением глубины

замерзания значение давления поровой воды постепенно уменьшается и снижается до нуля на фронте замерзания. Между тем, значение давления поровой воды в незамерзшей зоне остается постоянным и равным нулю. Эта постоянная разница в давлении поровой воды между незамерзшей зоной и фронтом замерзания во время процесса замерзания побуждает незамерзшую воду непрерывно мигрировать из незамерзшей зоны в промерзающую зону (Zhou Bicheng et al., 2024).

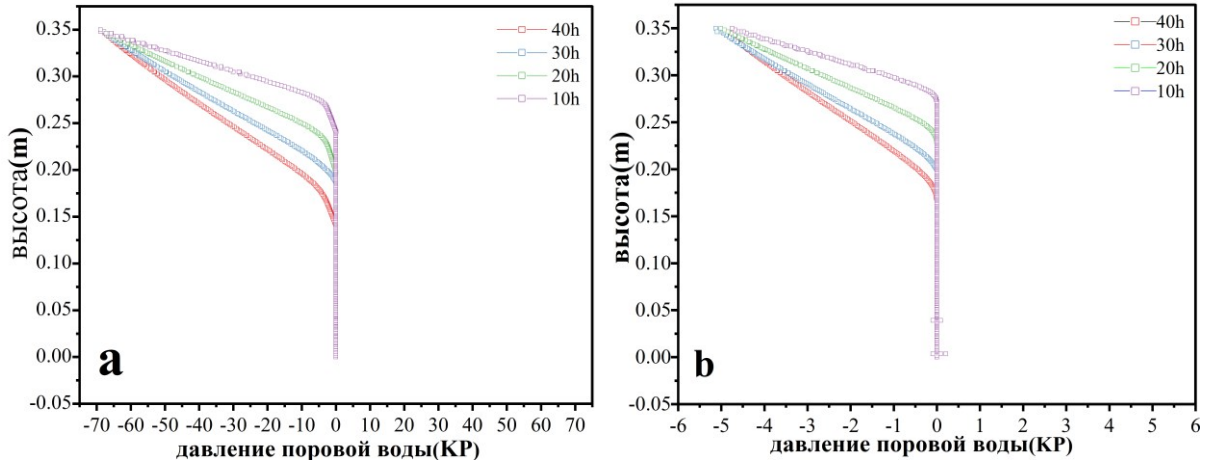


Рис.3.2.14. Изменение давления поровой воды со временем на разных глубинах (температура холодного конца $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$): (а) мерзлый грунт с ледяной линзой и (б) мерзлый грунт без ледяной линзы

После 10 ч замораживания пиковое давление поровой воды при температуре холодного конца $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ достигло $-5,011\text{ кПа}$, а после 40 ч замораживания оно немного увеличилось до $-5,016$. Это наблюдение указывает на слабую тенденцию к росту пикового давления поровой воды, сопровождаемую тенденцией к снижению давления поровой воды в промерзающей зоне («кайме»). Кроме того, наблюдается ускорение скорости снижения значения давления поровой воды в промерзающей зоне с увеличением времени замораживания (Zhou Bicheng et al., 2024).

Как показано на рисунке 3.2.15, пиковое давление поровой воды в мерзлом грунте достигает $-10,93\text{ кПа}$ при температуре холодного конца $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ и после 10 часов замораживания. Однако его пиковое значение не меняется после 40 часов замораживания. Это объясняется тем, что при более низкой температуре незамерзшая вода на поверхности мерзлого столба грунта быстро замерзает. Следовательно, на границе замерзания скорость снижения порового давления воды намного выше, чем при температуре холодного конца $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$.

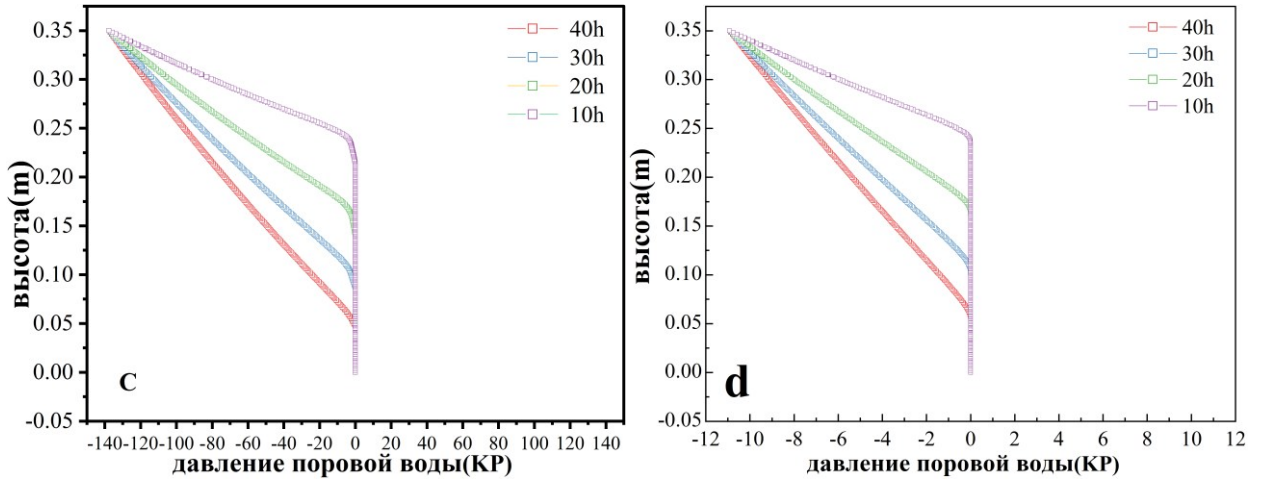


Рис.3.2.15. Изменение давления поровой воды со временем на разных глубинах (температура холодного конца -10°C). (С). Мёрзлый грунт с ледяной линзой и (г) грунт без ледяной линзы.

Когда ледяные линзы развиваются при идентичных условиях температуры холодного конца и продолжительности заморозания, давление поровой воды на границе заморозания и поверхности столба грунта наблюдается примерно в 12 раз выше, чем в сценариях без образования ледяных линз, что согласуется с существующими экспериментальными результатами (Zhang et al., 2022). Кроме того, было установлено, что пиковое давление поровой воды сохраняет прямую корреляцию с температурой холодного конца, что можно объяснить явлением, когда при установке температуры холодного конца максимальное значение давления поровой воды остается в значительной степени неизменным, независимо от продолжительности заморозания. По мере увеличения глубины заморозания значение давления поровой воды уменьшается, в конечном итоге стабилизируясь на нуле. Эти численные представления о давлении поровой воды в мерзлых грунтах имеют важное значение для прогнозирования появления ледяных линз и оценки деформации, вызванной морозным пучением, особенно в инженерном контексте.

Модель учитывает включение льда в грунтовую матрицу и рассматривает поровое давление как средневзвешенное значение давлений воды и льда, тем самым уточняя уравнение Клапейрона, применяемого к заморозанию грунта, которое не отражает правильно давление воды при более низких температурах (Zhou Bicheng et al., 2024).

3.2.5. Результаты и анализ численного моделирования потока воды.

Согласно закону Дарси, объемный поток воды через замерзшую границу (фронт промерзания):

$$\rho_w g q = k_{uw} \frac{\partial p(x, t)}{\partial x} \quad 3.2.3$$

Как показано на рисунке 3.2.16.

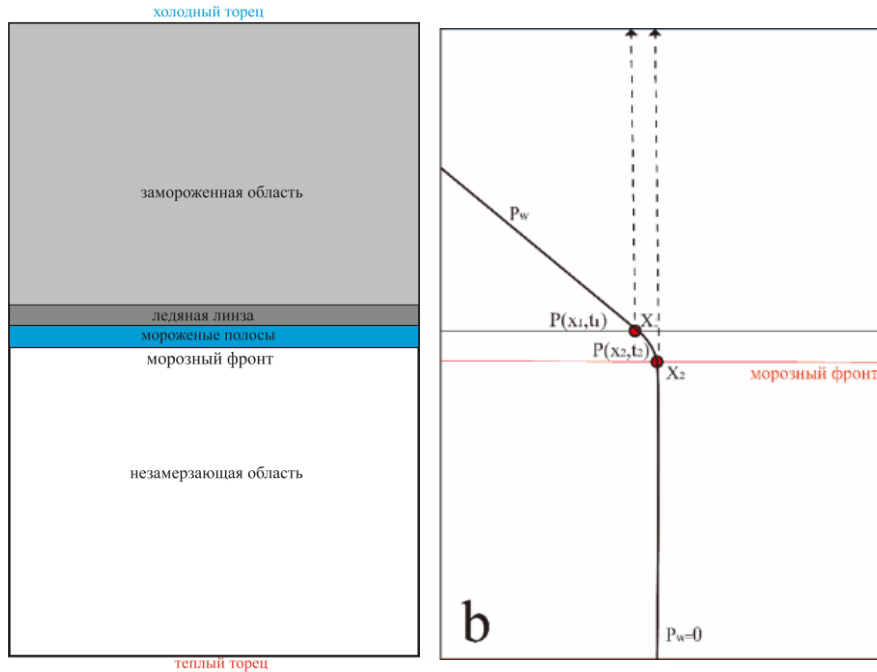


Рис. 3. 2.16. Схема промерзающего образца грунта (а) и (b) диаграмма физического принципа расчета потока воды

Используя толщину мерзлой полосы и значения давления поровой воды на границе раздела фаз выше и ниже мерзлой полосы, мы можем рассчитать поток воды в течение заданного интервала времени.

$$\rho_w g q = k_{uw} \frac{P(x_1, t_1) - P(x_2, t_2)}{x_1 - x_2} \cdot (t_1 - t_2) \quad 3.2.4$$

Где k_{uw} – гидравлическая проводимость грунта; g – ускорение силы тяжести; ρ_w – плотность воды. Согласно литературе, толщина мерзлого слоя выбрана равной 4 мм, а коэффициент проницаемости незамерзшей воды в нем равен $0.64 \times 10^{-9} \text{ cm/s}$ (Zhou Bicheng et al., 2024).

Из рисунка 3.2.17 видно, что миграция незамерзшей воды из незамерзшей области к границе замерзания в целом имеет тенденцию к уменьшению с увеличением времени замерзания. Эта тенденция объясняется тем, что с увеличением времени замерзания количество незамерзшей

воды вблизи фронта замерзания в незамерзшей области уменьшается, что приводит к уменьшению объема миграции в единицу времени.

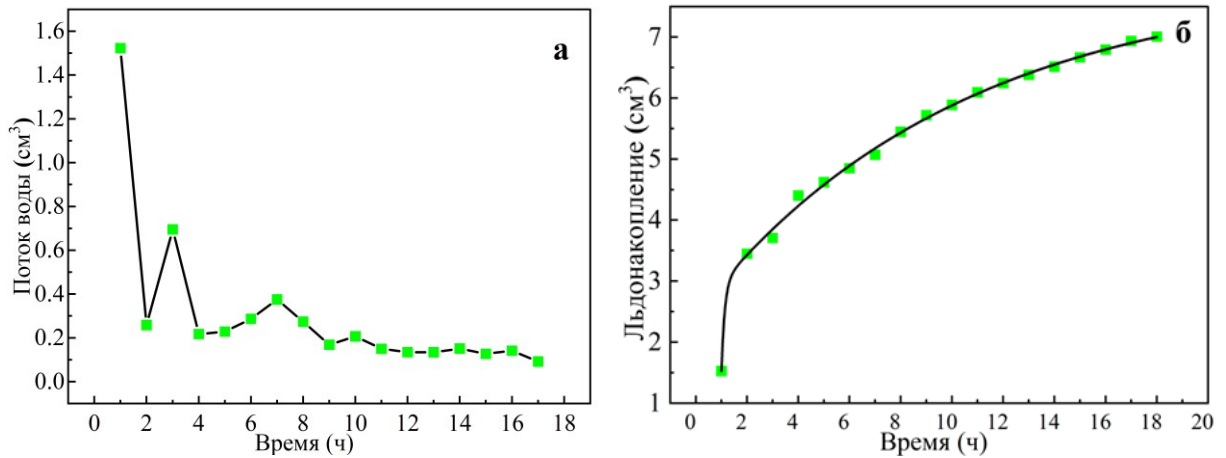


Рис.3. 2.17. Изменение потока воды (левая) в единицу времени и (правая) льдонакопления с течением времени в промерзающей каолиновой глине

Кроме того, замечено, что снижение миграции воды имеет периодические колебания. Это явление обусловлено тем, что после миграции поровой воды в промёрзшую зону в предыдущем цикле, вода в нижней части талой области не успевает пополнить запасы влаги вблизи фронта промерзания, что приводит к снижению объёма миграции в данном цикле. Однако в следующем цикле разность порового давления между зонами возрастает вследствие понижения температуры, вызывая резкое увеличение миграционного потока. Этот процесс повторяется циклически, формируя наблюдаемые колебания.

Выводы к главе 3

1. Микроструктурный анализ каолинита и монтмориллонита показал, что частицы каолинита обладают сетчатой структурой поверхности, что способствует их взаимному соединению. Это затрудняет проникновение воды в структуру, в результате чего большая часть влаги существует в форме свободной воды. Это увеличивает каналы миграции воды, усиливает процесс влагопереноса и делает морозное пучение более выраженным, что делает каолинит более подходящим материалом для экспериментального исследования миграции влаги.

2. Результаты эксперимента по одностороннему промерзанию грунта и численного моделирования показали высокую степень соответствия между экспериментальными и расчётными данными по температуре и влажности, что подтверждает работоспособность модели.

3. Результаты изучения морозного пучения демонстрируют, что с увеличением степени водонасыщения расхождения между модельными и экспериментальными данными усиливаются. Это связано, вероятно, с ограничениями модели ван Генухтена (VG), используемой для описания влагопереноса. Модель предполагает наличие значительного содержания незамёрзшей воды, однако в экспериментах с каолинитовой глиной после формирования ледяных линз (шлиров) практически вся мигрирующая влага быстро замерзает в зоне ледяной линзы (шлира), что не учитывается в модели.

4. Результаты численного моделирования давления поровой воды в промерзающих грунтах показывают, что наличие ледяных линз (шлиров) значительно увеличивает величину давления поровой воды.

Глава 4. Верификация численной модели динамического порового давления воды³

Из-за миграции воды при замерзании грунта, которая по своей природе представляет сопряженное взаимодействие полей (температурного, влажностного, механического), получение аналитического решения крайне затруднительно. Поэтому, объединив управляющие уравнения (описанные в главе 3), уравнения равновесия фазовых переходов и задав соответствующие граничные и начальные условия, можно провести численное моделирование процесса морозного пучения водонасыщенного грунта. Для верификации точности модели в данной главе были выполнены расчеты по разработанной модели с разными: 1) свойствами грунта; 2) начальными и граничными условиями. Эксперименты включали: циклическое замерзание-оттаивание без нагрузки; сжатие мерзлого грунта под нагрузкой. Результаты определения давления поровой воды, полученные в экспериментах и численном моделировании, были сопоставлены и проанализированы.

4.1. Верификация порового давления воды для закрытого одностороннего промерзания глинистого грунта Цинхай при формировании ледяных линз (без нагрузки)

Испытания порового давления воды в процессе замораживания-оттаивания грунта выполнены на установке циклического замораживания-оттаивания ХТ5405 (Рис. 4.1.1).

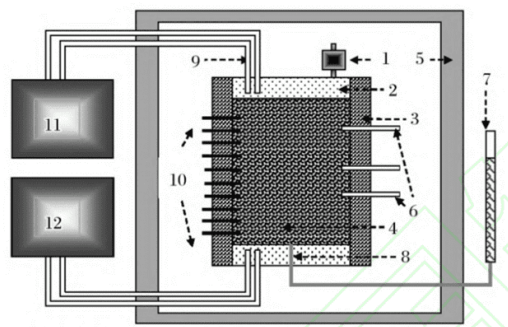


Рис. 4.1.1. Схема установки для испытаний на промораживание-оттаивание грунтов:

³ При подготовке данного раздела диссертации использованы следующие публикации автора (выполненные лично или в соавторстве), в которых, согласно Положению о присуждении учёных степеней в МГУ, отражены основные результаты исследования:

1. **Zhou B.**, Brouchkov A.V., Eremina L.I., Xu CH., Hu J. Numerical Simulation of Water Migration during Soil Freezing and Its Resulting Characterization // Applied Sciences. – 2024. – Vol. 14, No. 18. – Pp.1-12. Импорт-фактор в WoS: 2,5. Объем публикации: 0,99 п.л., объем вклада соискателя: 0,80 п.л. DOI: 10.3390/app14188210.

1. Датчик перемещений (измеритель деформации); 2. Верхняя пластина; 3. Цилиндрическая ячейка из оргстекла; 4. Образец грунта; 5. Камера установки замораживания-оттаивания; 6. Датчики порового давления; 7. Резервуар для воды; 8. Нижняя пластина; 9. Вентиляционный канал для циркуляции спирта; 10. Температурные зонды; 11. Криостат для верхней пластины; 12. Криостат для нижней пластины.

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 4.1.1. В термокамере размещена термоизолированная ёмкость из оргстекла с датчиками температуры (точность $\pm 0,01^\circ\text{C}$, разработка: государственная ключевая лаборатория инженерной геокриологии Китая), датчиком порового давления. Образец грунта контактирует с: верхней и нижней охлаждающими пластинами, регулируемыми граничную температуру через циркуляцию хладагента. Система водопополнения подключена к нижней части образца для: управления граничными условиями влажности, автоматического мониторинга объёма подаваемой воды в реальном времени. Режимы граничных условий: открытая граница - клапан водопополнения открыт, закрытая граница - клапан перекрыт.

Как показано на рис. 4.1.2, нами была проведена экспериментальная верификация модели с использованием данных о поровом давлении воды из литературного источника (Zhang et al., 2022).



Рис. 4.1.2. Цинхай-Тибетская глина

Эксперименты по циклу замораживания и оттаивания проводились на Цинхай-Тибетской глине с 24-часовым циклом и близким к пяти циклам. Экспериментальные образцы глины были взяты с территории вдоль Цинхай-Тибетской железной дороги, а основными минеральными

составами были кремнезем и карбонат кальция. Зонд порового давления располагался в середине образца, высота образца составляла 10 см, температура верхней поверхности была -7°C при замораживании и 3°C при оттаивании. Давление поровой воды измерялось без перерыва в течение всего эксперимента. Параметры образца и граничные условия приведены в таблицах 4.1.1 и 4.1.2.

Таблица 4.1.1. Размер частиц используемых грунтов.

Тип	Содержание частиц разного размера/%			
	<0.005mm	0.005 – 0.025mm	0.025 – 0.075mm	>0.075mm
Глина	11.7	23.7	32.3	32.3

В данном исследовании мы задали те же граничные условия для модели, а чтобы сделать модель решаемой, мы сгладили граничные условия фазы изменения цикла замораживания-оттаивания таким образом, что существует переходная фаза, когда температура резко меняется от -7°C до $+3^{\circ}\text{C}$, а время перехода составляет около получаса. Основываясь на результатах эксперимента и моделирования, мы сделали следующие выводы. Датчик давления поровой воды не может хорошо и стабильно передавать давление в мерзлом грунте, что объясняет, почему экспериментальные результаты в литературе показывают нерегулярные колебания в период замерзания.

Таблица 4.1.2. Температурные условия для испытываемых образцов во время циклического замораживания-оттаивания.

Номер образца	Высота образца(мм)	Циклы замораживания-оттаивания	Температурные условия($^{\circ}\text{C}$)					
			Процесс замораживания			процесс оттаивания		
			Верхняя поверхность	Нижняя поверхность	Температура коробки	Верхняя поверхность	Нижняя поверхность	Температура коробки
SC2	106	5	-7	0.5	0.5	3	0.5	0.5

Напротив, результаты численного моделирования более идеализированы. Кроме того, температурные граничные условия, которые не могут точно воспроизвести граничные условия эксперимента, должны быть обработаны переходным способом во время фазы резкого

изменения цикла замораживания-оттаивания, чтобы сделать модель решаемой. В результате результаты будут несколько отличаться(рис.4.1.3).

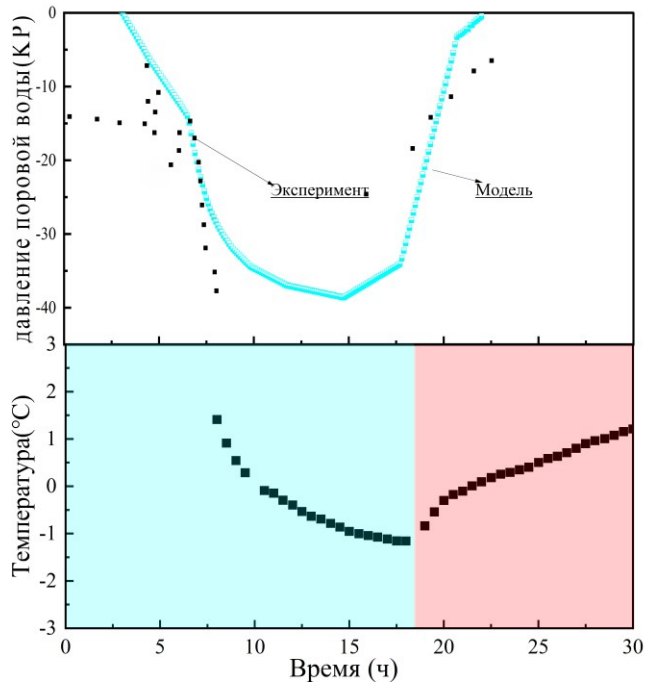


Рис.4.1.3. Сравнение результатов моделирования и экспериментальных данных. Режим изменения давления поровой воды при замораживании и оттаивании образца Цинхай-тибетской глины SC2

Однако общее пиковое значение результатов моделирования давления поровой воды согласуется с тенденцией экспериментальных результатов. В процессе замерзания грунтовой воды происходит смена фаз воды на лед и на границе раздела лед-линза образуется всасывание (отрицательное давление поровой воды), что приводит к откачке части воды из незамерзающей зоны в окрестности фронта замораживания и увеличению количества жидкой воды в процессе оттаивания, что приводит к увеличению давления поровой воды.

Кроме того, результаты моделирования других циклов, за исключением первого цикла замораживания-оттаивания, не очень хороши. Это связано с тем, что моделируемый цикл замораживания-оттаивания не учитывает разрушение структуры частиц грунта и испарение воды, вызванное замораживанием-оттаиванием в ходе реального эксперимента(Zhou Bicheng et al., 2024).

Во время цикла замораживания-оттаивания в эксперименте пиковое значение порового давления немного уменьшается из-за испарения воды, но результаты моделирования всегда соответствуют первому циклу. Чтобы улучшить прогнозирование порового давления с

помощью модели во время циклов замораживания-оттаивания, необходимо ввести новые параметры для компенсации изменений в грунте и испарения воды во время эксперимента. Например, изменить параметр порового давления $B = \frac{\theta_i}{\theta_w}$ на $B = \left(\frac{\theta_i}{\theta_w}\right)^{a(b-1)}$ (a, b - параметры, связанные с количеством циклов замораживания-оттаивания и свойствами грунта, полученными экспериментальным путем) (Zhou Bicheng et al., 2024).

Выводы к главе 4

1. При замерзании грунта поровое давление воды не может быть эффективно передано на датчик порового давления, что приводит к нерегулярным колебаниям в экспериментальных данных.
2. Моделирование экспериментов по замораживанию-оттаиванию цинхай-тибетской глины показало, что динамика изменения и пиковые значения порового давления воды согласуются с экспериментальными данными, что подтверждает адекватность предложенной модели.

Заключение

1. В механике сплошной среды вода, лёд, газ и частицы грунта также могут рассматриваться как сплошные среды. Следовательно, замена газовой фазы в ненасыщенном талом грунте на ледяную фазу позволяет провести анализ эффективных напряжений для водонасыщенного мёрзлого грунта.

2. Обзор исследований, связанных с уравнением Клапейрона-Клаузиуса показывает, что его модифицируют или комбинируют с другими теориями (например, теорией тонких плёнок) для соответствия реальным условиям. Сочетание выражения для эффективных напряжений с уравнением Клапейрона-Клаузиуса для определения порового давления воды в насыщенных мёрзлых грунтах является обоснованным. Исследования свидетельствуют, что в целом уравнение Клапейрона-Клаузиуса завышает значения порового давления. Сравнение с численными моделями подтверждает, что предложенное соотношение отражает реальное поведение порового давления в мёрзлых грунтах.

3. Микроструктурный анализ каолинита и монтмориллонита показал, что частицы каолинита обладают сетчатой структурой поверхности, что способствует их взаимному соединению, затрудняет проникновение воды в структуру, в результате чего большая часть влаги существует в форме свободной воды. Это увеличивает возможность миграции воды, усиливает процесс влагопереноса и морозное пучение, что делает каолинит более подходящим материалом для экспериментального исследования миграции влаги.

4. Результаты эксперимента по одностороннему промерзанию грунта и численного моделирования показали высокую степень соответствия между экспериментальными и расчётными данными по температуре и влажности, что подтверждает работоспособность модели.

5. С увеличением степени водонасыщения расхождения между модельными и экспериментальными данными усиливаются. Это связано, вероятно, с ограничениями модели ван Генухтена (VG), используемой для описания влагопереноса. Модель предполагает наличие значительного содержания незамёрзшей воды, однако в экспериментах с каолиновой глиной после формирования ледяных линз (шлиров) большая часть мигрирующей влаги замерзает в зоне ледяной линзы (шлира), что не учитывается в модели.

6. Результаты численного моделирования давления поровой воды в промерзающих грунтах показывают, что наличие ледяных линз (шлиров) значительно увеличивает величину давления поровой воды.

Список Литературы

1. Артамонова Н.Б., Шешенин С.В., Орлов Е.А., Бичэн Ч., Фролова Ю.В., Хамидуллин И.Р. Вычисление эффективных свойств геокомпозитов на основе изображений компьютерной томографии // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. – 2022. – Т. 3. – С. 83–94.
2. Власов А.Н., Саваторова В.Л., Талонов А.В. Асимптотическое усреднение для решения задач теплопроводности с фазовыми переходами в слойстых средах// Прикл. Механика и техн. Физика. – 1995. –Т. 5. – С.155-163
3. Горелик Я.Б. Моделирование льдонакопления в промерзающих грунтах при инъекционном поступлении влаги // Криосфера Земли. – 2009. –Т. 13. –№ 3. – С.45-53.
4. Горелик Я.Б. Методы расчета деформаций инженерных конструкций, вызванных пучением промерзающего слоя // Криосфера Земли. – 2010. –Т.14. –№ 1. – С.50-62.
5. Горелик Я.Б. Обобщенная теоретическая модель для расчета льдонакопления и деформаций при промерзании грунтов. // Криосфера Земли. – 2011. –Т.15. –№ 4. – С.46-51.
6. Ухов С.Б. , Власов А.Н., Мерзляков В.П., Талонов А.В., Брушков А.В. Влияние локальных фазовых переходов и фильтрации влаги на ползучесть пластично-мерзлого грунта. В сб.: Механика грунтов и фундаментостроение. С. -Пб. – 1995. – С.19-25.
7. Чеверев В.Г. Природа криогенных свойств грунтов // – М.: Научный мирю. –2004. – С.182-193.
8. Чжоу Бичэн. Расчёт порового давления воды в мерзлых грунтах при миграции влаги // Сборник тезисов докладов научной конференции « Ломоносовские чтения». МГУ им. М. В. Ломоносова, 2023, – С.1-2.
9. Чжоу Бичэн, Артамонова Н.Б., Шешенин С.В., Ху Цзябо. Определение параметра Био скальных грунтов экспериментальными и вычислительными методами // XII Ломоносовские чтения», посвященной Дню таджикской науки и 30-летию установления дипломатических отношений между Республикой Таджикистан и Российской Федерацией. – Душанбе. – 2022, Т. 1, – С. 373-378.
10. Чжоу Б., Брушков А.В., Ху Ц. Моделирование порового давления воды в промерзающих дисперсных грунтах при миграции влаги // Геоэкология. Инженерная геология. Гидрогеология. Геокриология. – 2023. – Т. 6. – № 1. – С. 39-46. EDN: WQVIYT.
11. Чжоу Б., Брушков А.В., Ху Ц. Расчет порового давления воды в мерзлых грунтах при миграции влаги на основе моделирования // Геомодель 2023, XXV международная научно-практическая конференция по вопросам геологоразведки и разработки месторождений нефти и газа. – Геленджик. – 2023. – С. 419-422.
12. An W. Interaction among temperature, moisture and stress fields in frozen soil. Lanzhou University

- Press. – 1989. – Pp. 118-120.
13. Arenson L.U., Segó D.C., Taker W.A. Measurement of ice lens growth and soil consolidation during frost penetration using particle image velocimetry (PIV) // Proceedings of the 60th Canadian Geotechnical Conference. Ottawa. – 2007. – Pp. 2046-2053.
 14. Alonso E.E., Pinyol N, Gens A. Compacted soil behaviour: initial state, structure and constitutive modelling // *Géotechnique*. – 2013. – Vol. 63. – №. 6. – Pp. 463-478.
 15. Azmatch T.F., Segó D.C., Arenson L.U., et al. New ice lens initiation condition for frost heave in fine-grained soils // *Cold Regions Science and Technology*. – 2012. – Vol. 82. – Pp. 8-13.
 16. Azmatch T.F., Segó D.C., Arenson L.U., et al. Using soil freezing characteristic curve to estimate the hydraulic conductivity function of partially frozen soil // *Cold Regions Science and Technology*. – 2012. – Vol. 83. – Pp. 103-109.
 17. Atkins P., de Paula J. *Physical Chemistry (Eighth Edition)* // W. H. Freeman and Company, New York, USA. – 2006. – Pp.126-127.
 18. Aitchison G. Some Preliminary Studies of Unsaturated Soils*(a) The Circumstances of Unsaturation in Soils with Particular Reference to the Australian Environment // Proceedings of the 2nd Australia-New Zealand Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Wellington, New Zealand. – 1956. – P.173.
 19. Bronfenbrener L. The Modelling of the Freezing Process in Fine-Grained Porous Media: Application to the Frost Heave Estimation // *Cold Regions Science and Technology*. – 2009. – Vol. 56. – №. 2. – Pp. 120-134.
 20. Bronfenbrener L, Bronfenbrener R. Modeling frost heave in freezing soils // *Cold Regions Science and Technology*. – 2010. – Vol. 61. – №. 1. – Pp. 43-64.
 21. Bronfenbrener L. Non-equilibrium Crystallization in Freezing Porous Media: Numerical Solution // *Cold Regions Science and Technology*. – 2013. – Vol. 85. – Pp.137-149.
 22. Biermans M.B.G.M., Dijkema, K.M., De Vries, D.A. Water movement in porous media towards an ice front // *Journal of Hydrology*. – 1978. – Vol. 37. – Pp. 137-148.
 23. Beskow G. *Soil Freezing and Frost Heaving with Special Application to Roads and Railroads: With Special Supplement for the English Translation of Progress from 1935 to 1946* // Technological Institute, Northwestern University. – 1947.
 24. Biot M.A. General Theory of Three-Dimensional Consolidation // *Journal of Applied Physics*. – 1941. – Vol. 12. – Pp. 155–164.
 25. Baker R, Frydman S. Unsaturated soil mechanics: Critical review of physical foundations // *Engineering Geology*. – 2009. – Vol. 106. – №. 1-2. – Pp. 26-39.
 26. Bishop A.W. The principle of effective stress // *Teknisk ukeblad*. 1959. – Vol. 39. – Pp . 859-863
 27. Bishop A.W, Blight G. Some aspects of effective stress in saturated and partly saturated soils//

- Géotechnique. – 1963. – Vol.13. –№. 3. – Pp. 177-197.
28. Blight G. A study of effective stresses for volume change // *Moisture Equilibria and Moisture Changes in Soils Beneath Covered Areas*, Butterworths, Sydney, Australia. – 1965. – Pp. 259-269.
 29. Blight G. Effective stress evaluation for unsaturated soils // *Journal of the soil mechanics and foundations division*. – 1967. – Vol. 93. –№. 2. P. 125-148.
 30. Beskow G. Soil Freezing and Frost Heaving with Special Application to Roads and Railroads: With Special Supplemen for the English Translation of Progress from 1935 to 1946 // *Technological Institute, Northwestern University*, 1947.
 31. Black, P.B., Tice, A.R. Comparison of soil freezing and soil water curve data for Windsor sandy loam // *Water Resource Research*. – 1989. – Vol. 25. – Pp. 2205-2210.
 32. Bai Q., Li X., Tian Y., Fang J.. Equations and numerical simulation for coupled water and heat transfer in frozen soil // *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*. – 2015. – Vol. 37. –№. 2. – Pp. 131-136 (in Chinese with English abstract).
 33. Cao Hongzhang, Liu Shi. NUMERICAL SIMULATION OF SATURATED GRANULAR SOIL FREEZING PROCESS // *Journal of Engineering Thermophysics*. – 2007. – Vol. 28. –№.1. – Pp. 128-130(in Chinese with English abstract).
 34. Cao Hong-zhang, LIU Shi. One Dimension Simulation of the Rigid Ice Model of Saturated Freezing Granular Soil // *Journal of Glaciology and Geocryology*. – 2007. – Vol. 1. – Pp. 32 -38 (in Chinese with English abstract).
 35. Chen F.; Li N.; Cheng G. The theoretical frame of multi-phase porous medium for the freezing soil // *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*. – 2002. – Vol. 24. – Pp. 213-217.
 36. Coleman J. Stress strain relations for partly saturated soil // *Correspondence to Geotechnique*. –1962. – Vol. 12. –№. 4. – Pp. 348-350.
 37. CAO Yuanbing. Research on the Progress of Railway Subgrade Frost Heave in Seasonal Frozen Region // *Journal of railway engineering society*. – 2017. – Vol. P. 6-9(in Chinese with English abstract).
 38. Dall'Amico, Endrizzi S., Gruber S., Rigon R. A robust and energy-conserving model of freezing variably-saturated soil // *The Cryosphere*. – 2011. – Vol. 5. – Pp. 469-484.
 39. Edlefsen N.E., Anderson A. B. Thermodynamics of soil moisture // *Hilgardia*. – 1943. – Vol.15. –№. 2. – Pp. 31-298.
 40. Everett D.H. An introduction to the study of chemical thermodynamics. 1sted. // *New York: Longmans Green and Co.*, – 1959.
 41. Everett D.H. The Thermodynamics of Frost Damage to Porous Solids // *Transactions of the Faraday Society*. – 1961. – Vol. 57. – Pp. 1541-1551.
 42. Everett, D. H. The thermodynamics of soil moisture // *Transactions of the faraday society*. – 1961. – Vol. 57. – Pp. 1541-1551.

43. Feldman G.M. Reference Book for the Forecast of the Soils Temperature Behaviour. Ac. Sci // 1988.
44. Fowler A.C., Krantz W.B. A Generalized Secondary Frost Heave Model // Siam Journal on Applied Mathematics. – 1994. – Vol. 54. – №. 6. – Pp.1650-1675.
45. Frampton A, Painter SL, Destouni G. Permafrost degradation and subsurface-flow changes caused by surface warming trends // Hydrogeol J. – 2013. – Vol. 21. – Pp. 271–80.
46. Groenevelt P.H, Kay BD. On the interaction of water and heat transport in frozen and unfrozen soils. II. The liquid phase // Soil Sci Soc Am J. – 1974. – Vol.38. – Pp.400–404.
47. Gestkova, TN. Formation of Soil Cryogenic Structures // Nauka, Moscow. – 1982. – Pp. 216.
48. Guymon G.L., Berg R.L., Hromadka T.V. Mathematical Model of Frost Heave and Thaw Settlement in Pavements // Cold regions research and engineering lab hanover NH. – 1993.
49. Guymon G.L., Luthin J.N. A Coupled Heat and Moisture Transport Model for Arctic Soils // Water Resources Research. – 1974. – Vol.10. – №.5. – Pp. 995-1001.
50. Gilpin R.R. A model of the “liquid-like” layer between ice and a substrate with applications to wire regelation and particle migration // Journal of Colloid and Interface Science. – 1979. – Vol. 68. – №.2. – Pp. 235-251.
51. Gilpin R.R. A model for prediction of ice lensing and frost heave in soils // Water Resources Research. – 1980. – Vol.16. – №.5. – Pp. 918-930.
52. Gens. A. Soil environment interactions in geotechnical engineering // Geotechnique. – 2010. 6 – Vol. 60. – №.1. – Pp. 3-74
53. Gilpin R.R. A model of the “liquid-like” layer between ice and a substrate with applications to wire regelation and particle migration // J. Colloid Interface Sci. – 1979. – Vol. 68. – №.2. – Pp. 235-251.
54. Gilpin R.R. A model for the prediction of ice lensing and frost heave in soils // Water resources research. – 1980. – Vol.16. – №. 5. – Pp. 918-930 .
55. Gallipoli D, Gens A, Sharma R, et al. An elasto-plastic model for unsaturated soil incorporating the effects of suction and degree of saturation on mechanical behaviour // Geotechnique. – 2003. – Vol.53. – №.1. – Pp.123-135.
56. Harlan R.L. Analysis of Coupled Heat-Fluid Transport in Partially Frozen Soil // Water Resources Research. – 1973. – Vol.9. – №. 5. – Pp. 1314-1323.
57. Hoekstra P. Moisture movement in soils under temperature gradients with the cold-side temperature below freezing // Water Resources Research. – 1966. – Vol.2. – №. 2. – Pp. 241-250.18.
58. Hopke S. W. A model for frost heave including overburden // Cold Regions Science and Technology. – 1980. – Vol.14. – Pp. 13-22.
59. Hinzman L, Bettez N, Bolton W, Chapin F, Dyurgerov M, Fastie C, et al. Evidence and implications of recent climate change in northern Alaska and other arctic regions // Clim Change. – 2005. – Vol. 2. – Pp. 251–98.

60. Hudson C. S. The freezing of pure liquids and solutions under various kinds of positive and negative pressure and the similarity between osmotic and negative pressure // *Physical Review*. – 1906. – Vol.22. – №. 5. – Pp. 257–264.
61. Hansson, K., Simunek, J., Mizoguchi, M., Lundin, L.C., Van Genuchten, M. Water flow and heat transport in frozen soil: Numerical solution and freeze-thaw applications // *Vadose Zone Journal*. – 2004. – Vol. 3. – Pp. 693-704.
62. Hoekstra P. Moisture Movement in Soils under Temperature Gradients with the Cold-side Temperature Below Freezing // *Water Resources Research*. – 1996. – Vol. 2. —№. 2. – Pp. 241-250.
63. He P., Cheng G., Yu Qi-hao, Zhu Y., Xu X. A Couple Model of Heat, Water and Stress Fields of Saturated Soil During Freezing. *Journal of glaciology and geocryology*. – 2000. – Vol. 22. – Pp. 135-138(in Chinese with English abstract).
64. Ireson A, Kamp G, Ferguson G, Nachshon U, Wheeler H. Hydrogeological processes in seasonally frozen northern latitudes: understanding, gaps and challenges // *Hydrogeol J*. – 2013. – Vol. 21. – Pp. 53–66.
65. Jones R.H., Hurt K.G. An osmotic method for determining rock and aggregate suction characteristics with applications to frost heave studies // *Quarterly J. Eng. Geol.* – 1978. – Vol.11. – Pp.245-252.
66. Jorgenson M.T., Racine C.H., Walters J.C., Osterkamp T.E. Permafrost degradation and ecological changes associated with a warming climate in central Alaska // *Clim Change*. – 2001. – Vol.48. – Pp. 551–579.
67. Jommi C. Remarks on the constitutive modelling of unsaturated soils // *Experimental evidence and theoretical approaches in unsaturated soils*. – 2000. – Pp.139-153.
68. Jennings J. A revised effective stress law for use in the prediction of the behaviour of unsaturated soils // *Pore pressure and suction in soils*. – 1961. – Pp. 26-30.
69. Jennings J, Burland J. Limitations to the use of effective stresses in partly saturated soils // *Géotechnique*. – 1962. – Vol.12. –№. 2. – Pp. 125-144.
70. Konard, J.M., Morgenstern N. R. The segregation potential of a freezing soil // *Canadian Geotechnical Journal*. – 1981. – Vol.18. – Pp. 482-491.
71. Konrad J.M., Morgenstem N.R. A Mechanistic Theory of Ice Formation in Fine Grained Soils // *Canadian Geotechnical Journal*. – 1980. – Vol.17. – Pp. 473-486.
72. Konrad J.M., Duquennoi C. A Model for Water ransport and Ice Lensing in Freezing Soils // *Water Resources Research*. – 1993. – Vol. 29. —№. 9. – Pp. 3109-3124.
73. Konrad J.M., Morgenstern N.R. Prediction of Frost Heave in the Laboratory during Transient Freezing // *Canadian Geotechnical Journal*. – 1982. – Vol.19. –№.3. – Pp. 250-259.
74. Khalili N, Khabbaz M. A unique relationship for X for the determination of the shear strength of unsaturated soils // *Géotechnique*. – 1998. – Vol. 48. –№. 5. – Pp. 681-687.

75. Koopmans, R. W. R., Miller, R. D. Soil Freezing and Soil Water Characteristic Curves // Soil Science Society of America Journal. – 1966. – Vol. 30. –№. 6. – Pp. 680-685.
76. Kurylyk B.L., Watanabe K. The mathematical representation of freezing and thawing processes in variably-saturated, non-deformable soils // Advances in Water Resources. – 2013. – Vol. 60. – Pp. 160-177.
77. Konrad.J.M, Mccammon.A.W. Solute partitioning in freezing soils // Canadian Geotechnical Journal. – 1990. – Vol. 27. –№.6. – Pp.726-736.
78. Kay B.D., Groenevelt P.H. On the interaction of water and heat transport in frozen and unfrozen soils. 1. Basic theory; the vapor phase // Soil Science Society of America Journal. – 1974. – Vol. 38. – Pp.395–400.
79. Lawrence DM, Slater AG, Swenson SC. Simulation of present-day and future permafrost and seasonally frozen ground conditions in CCSM4 // Journal of Climate. – 2012. – Vol. 5. – Pp. 2207–2225.
80. Loch J.P. G., Miller, R. D. Tests of the concept of secondary frost heaving // Soil Science Society of America Journal. – 1975. – Vol. 39. – Pp. 1036-1041.
81. Lu N. Is matric suction a stress variable // Journal of Geotechnica and Geoenvironmental Engineering. – 2008. – Vol. 134. –№.7. – Pp. 899-905.
82. Lu N, Khalili N, Nikooee E, et al. Principle of effective stress in variably saturated porous media// Vadose Zone Journal. – 2014. – Vol. 13. –№.5. – Pp.1-4.
83. Lu N, Godt J.W, Wu D.T. A closed-form equation for effective stress in unsaturated soil // Water Resources Research. – 2010. – Vol. 46. –№.5. – Pp. 567-573.
84. Liu Z., Zhang B., Yu H., Zhang B., Tao J. A New Freezing Method for Soil Water Characteristic Curve Measurement // Transportation Research Board Annual Meeting, Washington, D. C., USA. 2011.
85. Liu Z., Cai G., Kong X., Li J., Zhao C. A thermodynamics-based mathematical model for the frost heave of unsaturated freezing soils // Cold Regions Science and Technology. – 2020. – Vol.178. – P.103125.
86. Loch J.P.G. Thermodynamic-equilibrium between ice and water in porous-media // Soil Sci. – 1978. – Vol.126. – Pp. 77–80.
87. Loch J.P.G., Kay B.D. Water Redistribution in Partially Frozen, Saturated silt Under Several Temperature Gradients and Overburden Loads // Soil Sci. Soc. Am. J. – 1978. – Vol.42. – Pp. 400–406.
88. Li X., Sun C.. Subgrade Frost Heave Features and Calculation Method for Frozen Depth of #102 Highway in Jilin Province // Journal of Jilin University: Earth Science Edition. – 2010. – Vol. 5. – Pp. 1128-1132(in Chinese with English abstract).
89. Li P., Xu X., Pu Y., Wang J., Tao Z.. Analyses of Characteristics of Frozen Fringe by Using the Digital

- Technique of Picture // *Journal of Glaciology and Geocryology*. – 1999. – Vol.21. – №. 2. – Pp. 175-180.
90. Li P., Xu X., Chen F. State and Progress of Research on the Frozen Fringe and Frost Heave Prediction Models. *Journal of Glaciology and Geocryology*. – 2000. – Vol.22. – №.1. – Pp. 90-95.
 91. Mellor M. Phase composition of pore water in cold rocks // *Crrrel Research Reports Army Dept*. –1970.
 92. Miller R.D. Freezing and heaving of saturated and unsaturated soils // *Highway research record*. – 1972. – Vol.393. – Pp. 1-11.
 93. Miller R.D. Lens initiation in secondary heaving // *Proceedings of the international symposium on frost action in soils*. – 1977. – Vol.2. – Pp. 16-18.
 94. Miller R.D. Frost heaving in non-colloidal soils // *Third international conference in permafrost, Washington, D.C.* – 1978.
 95. McKenzie J.M., Voss C.I. Permafrost thaw in a nested groundwater-flow system // *Hydrogeology Journal*. – 2013. – Vol.21. – Pp. 299–316.
 96. Ma, W., Zhang, L.H., Yang, C.S. Discussion of the applicability of the generalized Clausius–Clapeyron equation and the frozen fringe process // *Earth-Science Reviews*. – 2015. – Vol. 142. – Pp. 47-59.
 97. Ming F., Li D., Huang X., Zhang Y.. Study of ice lens growth during the freezing process. *China Civil Engineering Journal* // – 2015. – Vol.48(s2). – Pp. 346-350.
 98. Ning L., William J.Likos. *Unsaturated Soil Mechanics*, Wiley Press. 2008.ISBN 978-0471447313.
 99. Nixon, J.F. Discrete ice lens theory for frost heave in soils. *Canadian Geotechnical Journal*. – 1991. – Vol.28. –№. 6. – Pp. 843–859.
 - 100.O’Neill K. The physics of mathematical frost heave models: A review // *Cold Reg. Sci. Technol.* – 1983. – Vol. 6. – Pp. 275–291.
 - 101.O’Neill K, Miller.R.D. Exploration of a rigid ice model of frost heave // *Water Resources Research*. – 1985. – Vol. 21. –№. 3. – Pp. 281-296.
 - 102.Peppin S.S.L., Style R.W. The physics of frost heave and ice-lens growth // *Vadose Zone Journal*. – 2012. – Vol. 12. –№. 1. – Pp. 12.
 - 103.Painter S.L., Moulton J.D., Wilson C.J. Modeling challenges for predicting hydrologic response to degrading permafrost // *Hydrogeology Journal*. – 2013. – Vol. 21. – Pp. 221–224.
 - 104.Painter S.L., Karra S. Constitutive Model for Unfrozen Water Content in Subfreezing Unsaturated Soils // *Vadose Zone Journal*. – 2014. – Vol. 13. –№. 4. – Pp. 1-8.
 - 105.Ran Y., Li X., Cheng G., et al. Distribution of Permafrost in China: An Overview of Existing Permafrost Maps // *Permafrost and Periglacial Processes*. – 2012. – Vol. 23. –№. 4. – Pp. 322–333.
 - 106.Radd F.J., Oertle D.H. Experimental pressure studies of frost heave mechanisms and the growth fusion behavior of ice // *Washington, D.C.: National Academy Press*. – 1973. – Pp. 377-384.

107. Rempel A.W. Hydromechanical Processes in Freezing Soils // *Vadose Zone Journal*. 2012. – Vol. 11. – №. 4. P. 1-10.
108. Rouse WR, Douglas MSV, Hecky RE, Hershey AE, Kling GW, Lesack L, et al. Effects of climate change on the freshwaters of arctic and subarctic North America // *Hydrological Processes*. – 1997. – Vol.11. – Pp. 873–902.
109. Rui D. Full-scale Model Test on Prevention of Frost Heave of L-Type Retaining Wall // *Cold Regions Science & Technology*. – 2016. – Vol. 132. – Pp. 89-104
110. Rempel A.W. Frost heave // *Journal of Glaciology*. – 2010. – Vol. 56. – №. 200. – Pp. 1122-1128
111. Serreze M, Walsh J, Chapin F, Osterkamp T, Dyurgerov M, Romanovsky V, et al. Observational evidence of recent change in the northern high-latitude environment // *Climatic Change*. – 2000. – Vol. 46. – Pp. 159–207.
112. Schindler D.W., Smol J.P. Cumulative effects of climate warming and other human activities on freshwaters of Arctic and subarctic North America // *Ambio*. – 2006. – Vol. 35. – №. 4. – Pp.160–8.
113. Spaans E.J.A., Baker J.M. The soil freezing characteristic: its measurement and similarity to the soil moisture characteristic // *Soil Science Society of America Journal*. 1996. – Vol. 60. – №. 1. – Pp. 13-19.
114. Sheng D., Axelsson K., Knutsson S. Frost heave due to ice lens formation in freezing soils 1. Theory and verification // *Nordic Hydrology*. – 1995. – Vol. 26. – Pp.125-146.
115. Saetersdal R. Heaving conditions by freezing of soils // *Engineering Geology*. – 1981. – Vol. 18. – Pp. 291–505.
116. Schofield RK. The pF of water in soil // *International congress of soil science*. – 1935. – Vol. 2. – Pp.37–48.
117. Sheng D., Zhang S., He Z. Assessing frost susceptibility of soils // *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*. – 2014. – Vol. 33. – №. 3. – Pp.594-604.
118. Shao I. Skeleton stress equation for saturated soils // *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*. – 2011. – Vol. 33. – №. 12. P. 1833-1837.
119. Shao L T, Guo X X. *New Interpretation of Effective Stress* // Beijing: China Water & Power Press. – 2014.– Pp. 28-36.
120. Taber S. Frost heaving // *The Journal of Geology*. – 1929. – Vol. 37. – Pp. 428-461.
121. Taber S. The mechanics of frost heaving // *The Journal of Geology*. 1930. – Vol. 38. – Pp. 303-317.
122. Taylor G.S., Luthin J.N. A model for coupled heat and moisture transfer during soil freezing // *Canadian Geotechnical Journal*. – 1978. – Vol. 15. – №. 4. – Pp. 548-555.
123. Takagi S. The adsorption force theory of frost heaving // *Cold Regions Science and Technology*. – 1980. – Vol. 3. – №. 1. – Pp. 57-81.
124. Teng J, Zhang S, Leng W, et al. Numerical investigation on vapor transfer in unsaturated soil during

- freezing // Japanese Geotechnical Society Special Publication. – 2015. – Vol. 1. –№. 3. – Pp. 29-34.
125. Terzaghi K. Die Berechnung der Durchlässigkeit des Tones aus dem Verlauf der hydromechanischen Spannungserscheinungen // Sitzungsber Akad Wiss(Wien) Math-Naturwiss Kl, Abt Iia. – 1923. – Vol. 132. – Pp. 125-138.
126. Tai B., Liu J., et al. Numerical Model of Frost Heaving and Anti-frost Heave Measures of HighSpeed Railway Subgrade in Cold Region // China Railway Science. – 2017. – Vol. 3. – Pp. 1-9.
127. Watanabe, K. Relationship between growth rate and supercooling in the formation of ice lenses in a glass powder // Journal of Crystal Growth. – 2002. – Vol. 237. – Pp. 2194-2198.
128. Wheeler S J, Sharma R S, Buisson M S R. Coupling of hydraulic hysteresis and stress–strain behaviour in unsaturated soils // Géotechnique. – 2003. – Vol. 53. –№. 1. – Pp. 41-54.
129. Watanabe, K., Flury, M. Capillary bundle model of hydraulic conductivity for frozen soil // Water Resources Research. – 2008. – Vol. 44. –№.12. – Pp.1-9.
130. Watanabe K. Water and heat flow in a directionally frozen silty soil // In:Proceedings of the third HYDRUS workshop. – 2008. – Pp. 15–22.
131. Watanabe K, Kito T, Wake T, Sakai M. Freezing experiments on unsaturated sand, loam and silt loam // Ann Glaciol. – 2011. – Vol. 52. – Pp. 37–43.
132. Wu M, Tan X, Huang J, et al. Solute and water effects on soil freezing characteristics based on laboratory experiments // Cold Regions Science and Technology. – 2015. – Vol. 115. – Pp. 22-29.
133. Wen Z., Ma W., Feng W., et al. Experimental study on unfrozen water content and soil matric potential of Qinghai Tibetan silty clay // Environmental Earth Sciences. 2011. – Vol. 66. –№. 5. – Pp. 1467-1476.
134. Wang X., Shi H.n, Wang Z., Wu L. Segmented Simplified Model for Hydraulic Conductivity Curve of Unsaturated Soil // Journal of Changjiang River Scientific Research Institute. – 2015. – Vol. 32. –№. 2. – Pp. 72-77, 83.
135. Xia D., Arenson L., Bigga. K.W., et al. Freezing proces in Devon silt-using time-lapse photography // Proceedings of the 58th Annual Canadian Geotechnical Conference, Saskatoon, SK, Canada. – 2005. – Pp. 16-23.
136. Xu X., Wang J., Zhang, L. Frozen Soil Physics // Science Press: Beijing, China. 2010. – Pp. 213–250.
137. Xu X., Wang J., Zhang L., et al. Mechanism of Frost Heave and Salt Heave in Soils // Beijing: Science Press. 1995.
138. Xu X., Deng Y. Experimental Study on Water Migration in Frozen Soils // Beijing: Science Press. 1991.
139. Xing S., Suzukin Teruyuki, Li Y., et al. Effects of embedment depth and section shape on frost heaving of buried structures // Transactions of CSAE. – 2011. – Vol. 9. – Pp. 231-235.
140. Yao Y., Wang L., et al. Mechanism of forming pot-cover effect and its prevention // Industrial Construction. – 2016. – Vol.46. –№.9. – Pp. 1-5.

141. Yao Y., Wang L. Influence factors for “pot-cover effect” // Chinese Journal of Geotechnical Engineering. 2018. – Vol. 40. –№. 8. – Pp. 1373-1382.
142. Zhang S., Teng J., He Z., et al. Canopy effect caused by vapour transfer in covered freezing soils // Geotechnique. – 2016. – Vol. 66. –№. 11. – Pp. 927-940.
143. Zhou, Y., Zhou, G.Q. Intermittent freezing mode to reduce frost heave in freezing soils-experiments and mechanism analysis // Canadian Geotechnical Journal. – 2012. – Vol. 49. –№.6. – Pp.686-693.
144. Zeng, G.; Zhang, M.; Li, Z.; Yuan, H. Review of mechanical criterion for formation of ice lens in freezing soil // J. Glaciol. Geocryol. – 2015. – Vol. 37. – Pp.192–201.
145. Zhao C, Liu Y, Gao F. Work and energy equations and the principle of generalized effective stress for unsaturated soils // International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. – 2010. – Vol. 34. –№.9. – Pp. 920-936.
146. Zhao C, Liu Z, Shi P, et al. Average soil skeleton stress for unsaturated soils and discussion on effective stress // International Journal of Geomechanics. – 2016. – Vol. 16. –№.6. – Pp. 401-416.
147. Zhang Lianhai, Ma Wei, Yang Chengsong, et al. Investigation of the pore water pressures of coarse-grained sandy soil during open-system step-freezing and thawing tests // Engineering Geology. – 2014. – Vol. 181. – Pp. 233-248.
148. Zhang Lianhai, Ma Wei et al. The modes and its implications of water accumulation near the freezing front during soil freezing with considering ice segregation // J. Glaciol. Geocryol. – 2022. – Vol. 44. – Pp. 1–11.
149. Zhang X., Sun S., Xue Y. Development and testing of a frozen soil parameterization for cold region studies // J Hydrometeorol. – 2007. – Vol. 8. – Pp. 690–701.
150. Zhou G., Zhou Y., Hu K. et al. Separate-ice frost heave model for one-dimensional soil freezing process // Acta Geotechnica. – 2018. – Vol. 13. –№.1. – Pp. 207-217.
151. Zhou Y., Zhou G., Wang Y. Separate ice frost heave model for coupled moisture and heat transfer in saturated soils // Chinese Journal of Geotechnical Engineering. – 2010. – Vol. 32. –№.11. – Pp. 1746-1751.
152. Zhou, J.Z.; Li, D. Numerical analysis of coupled water, heat and stress in saturated freezing soil // Cold Reg. Sci. Technol. – 2012. – Vol. 72. – Pp. 43–49.
153. Zhou B., Brouchkov A.V., Eremina L.I., Xu CH., Hu J. Numerical Simulation of Water Migration during Soil Freezing and Its Resulting Characterization // Applied Sciences. – 2024. – Vol. 14, No. 18. – Pp.1-12. DOI: 10.3390/app14188210.
154. Zhou B., Brouchkov A.V., Hu J. Numerical Study of Pore Water Pressure in Frozen Soils during Moisture Migration // Water. – 2023. – Vol.16, No. 5. – P.776. DOI: 10.3390/app14188210.
155. Zhang C. Research on the Frost-heave Performances of Filling Material Consisted of Coarse Grained

Soil for High-speed Railway Subgrade // Journal of Railway Engineering Society. – 2018. –Vol.2. – Pp. 24-28.

156. Zhou Y., Zhou G., Zhou J., et al. Ice lens growth process involving coupled moisture and heat transfer during freezing of saturated soil // Chinese Journal of Geotechnical Engineering. – 2010. – Vol. 32. – №.4. – Pp. 578-585.

Приложение. Соответствующие параметры, переменные и коэффициенты интерфейса УЧП (PDE) модели в программе.

Параметры модели в программе.

C_s	0.89(kJ/(kg*degC))	C_w	4.1(kJ/(kg*degC))
C_i	2.1(kJ/(kg*degC))	lamda_s	1.39(W/(m*degC))
lamda_w	0.56(W/(m*degC))	lamda_i	2.24(W/(m*degC))
L	334.56(kJ/kg)	rho_i	918(kg/m^3)
rho_w	1000(kg/m^3)	rho_s	1740(kg/m^3)
theta_s	0.58	rho_s	0.04
T_f	-0.16(degC)	B	0.56
m	0.22	l	0.5
k_s	3.63e-8(m/s)	a	2.59(m^-1)

Определены переменные модели в программе.

K_r	$\text{if}(S < 1, \text{abs}(S)^l * (1 - \text{abs}(1 - \text{abs}(S)^{(1/m)})^m)^2, 1)$
K	$k_s * k$
D	$k/c * lz$
C	$\text{if}(S < 1, a * m / (1 - m) * (\theta_s - \theta_r) * \text{abs}(S)^{(1/m)} * \text{abs}(1 - \text{abs}(S)^{(1/m)})^m, 0.001)$
theta_w	$\text{if}(S < 1, ((\theta_s - \theta_r) * S + \theta_r) * (S > 0) + \theta_r * (S \leq 0), \theta_s)$
theta_i	$\text{Bi}(T) * \theta_w$
lamda	$\theta_w * \text{lamda}_w + \theta_i * \text{lamda}_i + (1 - \theta_s) * \text{lamda}_s$
rho_c	$\theta_w * \rho_w * C_w + \theta_i * \rho_i * C_i + (1 - \theta_s) * \rho_s * C_s$
Bi	$-20(\text{degC}). T_f(1.1 * ((T - 273.15) / (T_f - 273.15))^B - 1.1); T_f20(\text{degC}), 0$
lz	$10^{(-10 * \theta_i)}$

Коэффициенты для интерфейса УЧП (PDE) в программе (Температурное поле).

f	$L * \rho_i * (\theta_s - \theta_r) * \text{Bi}(T) * d(S, \text{TIME})$
da	$\rho_c - L * \rho_i * ((\theta_s - \theta_r) * S + \theta_r) * d(\text{Bi}(T), T)$

Коэффициенты для интерфейса УЧП (PDE) в программе (Поле влаги).

a	$\rho_i / \rho_w * d(\text{Bi}(T), \text{TIME})$
f	$-\rho_i / \rho_w * (\theta_r / (\theta_s - \theta_r)) * d(\text{Bi}(T), \text{TIME})$
da	$1 + \rho_i / \rho_w * \text{Bi}(T)$